

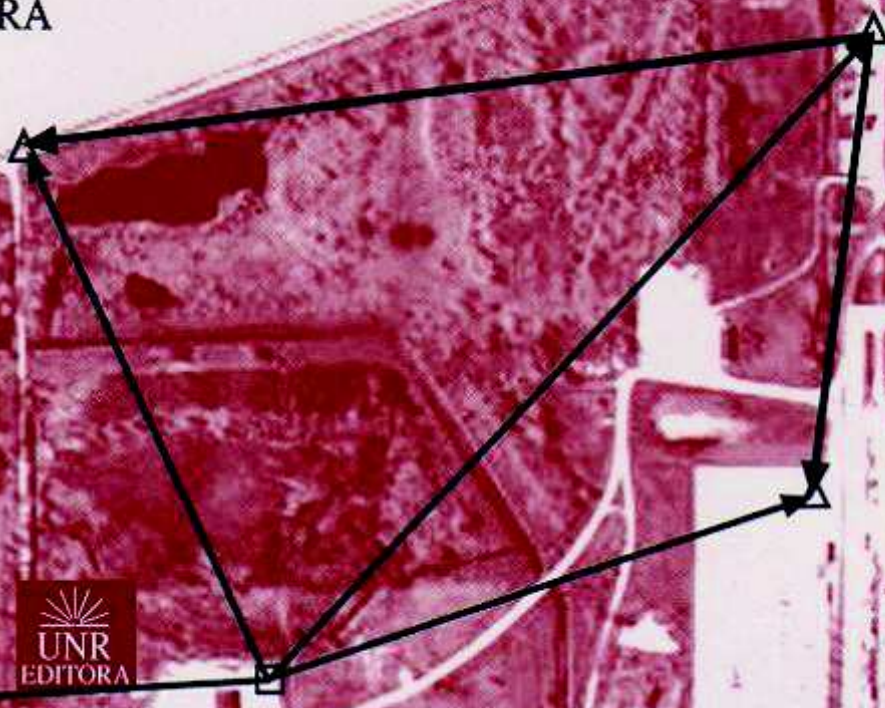
# GPS

## Posicionamiento satelital

Eduardo Huerta  
Aldo Mangiaterra  
Gustavo Noguera



  
UNR  
EDITORIA



  
UNR  
EDITORIA

# GPS

Posicionamiento  
Satelital

Eduardo Huerta  
Aldo Mangiaterra  
Gustavo Noguera

Huerta, Eduardo

GPS: posicionamiento satelital / Eduardo Huerta; Aldo Mangiaterra; Gustavo Noguera - 1a. ed. - Rosario: UNR Editora - Universidad Nacional de Rosario, 2005. 148 p. 23x16 cm.

ISBN 950-673-488-7

1. Tecnología Satelital. -I. Mangiaterra, Aldo.  
II. Noguera, Gustavo. III Título

CDD 629.46

I.S.B.N 950-673-488-7

© Eduardo Huerta; Aldo Mangiaterra; Gustavo Noguera. 2005  
Hecho el depósito que marca la ley 11.723



**EDITORIALES  
DE LA A.U.G.M.**  
ASOCIACION DE UNIVERSIDADES  
GRUPO MONTEVIDEO



IMPRESO EN LA ARGENTINA - PRINTED IN ARGENTINA  
**UNR EDITORA** - EDITORIAL DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO  
SECRETARÍA DE EXTENSIÓN UNIVERSITARIA

# EL LIBRO

A esta altura es ampliamente difundido que la tecnología satelital permite determinar, con la precisión necesaria, la posición espacial de objetos, sean éstos fijos o móviles.

Por otra parte tal posición se obtiene con referencia a un sistema único global, lo que permite correlacionar información proveniente de distintas fuentes y de distintas épocas.

Rapidez, seguridad y economía son características distintivas del posicionamiento satelital.

GPS (Global Positioning System) es, hasta ahora, el sistema satelital que brinda mayores y mejores prestaciones, aunque existen otros en operación o en desarrollo.

Si bien el origen de GPS es de carácter militar, el uso civil ha pasado a ser netamente preponderante, tal es la magnitud y amplitud de las aplicaciones a las que sirve.

El libro que presentamos tiene tres características fundamentales.

Es de *contenido teórico*; está dirigido a difundir los fundamentos del posicionamiento satelital en general y de GPS en particular.

Es adecuado al *nivel de estudiante o graduado universitario en general*, dado que no requiere previa especialización y evitamos recurrir a un tratamiento matemático complejo. Sus destinatarios son principalmente profesionales y estudiantes de la ingeniería de diversas ramas, aunque por la importancia y vastedad del tema se torna útil para un amplio campo del conocimiento.

Es de *carácter didáctico*, es decir está orientado a facilitar el aprendizaje.

Se agrega un detalle: los autores nos comprometemos a responder las consultas de los lectores, relativas al contenido del libro, por el lapso

de un año a partir de la fecha de edición. Para ello se habilita la siguiente dirección de correo electrónico:

librogps@fceia.unr.edu.ar

En este libro no se desarrollan las cuestiones atinentes a las aplicaciones y a las herramientas de medición y cálculo. No se trata de una subestimación de tales cuestiones, sino de la elección de temas prioritarios.

En efecto, consideramos que la evolución de la tecnología de posicionamiento satelital es, como otras, vertiginosa, por momentos abrumadora, y que existe un peligro para quien intente aplicarla: confundir las herramientas de medición y cálculo y las técnicas de su manejo, con el conocimiento mismo.

La experiencia nos indica que quien está munido de los fundamentos teóricos puede abordar, sin mayor dificultad, los manuales instructivos de los distintos modelos y las distintas marcas del instrumental y el software ofrecido en el mercado comercial.

Por el contrario, quienes se acercan al tema sólo desde el manejo de un instrumento específico, a través de cursos facilitados por los proveedores, se encuentran a corto plazo con insalvables dificultades.

El libro surge de sucesivas elaboraciones de material didáctico para un curso de posgrado sobre el tema, el cual lleva ya diez años de desarrollo y se ha dictado en cinco universidades, participando hasta ahora algunos centenares de profesionales de distintas titulaciones y de diverso origen geográfico.

Sin temor a equivocarnos nos atrevemos a afirmar que, por su incidencia en una enorme gama de actividades humanas, el posicionamiento satelital deviene rápidamente, de cambio tecnológico en cambio cultural.

**Los autores**

# PERSONAS E INSTITUCIONES

Quienes escribimos este libro somos docentes de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario y ejercemos nuestra labor en el Departamento de Geotopocartografía de la Escuela de Agrimensura. A la vez integramos el Grupo de Geodesia Satelital de Rosario (GGSR).

En cuanto a nuestra formación en Geodesia somos discípulos del Ing. Oscar Adolfo Parachú, ya fallecido, quien fuera el primer director del GGSR y de los cursos de posgrado sobre GPS. Él fue nuestro maestro de Geodesia.

La Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata estuvo desde un primer momento al frente de los estudios sobre GPS en nuestro país. Quienes encabezaron esa labor, en particular el Dr. Claudio Brunini y el Lic. Raúl Perdomo, nos brindaron generosamente su apoyo, tanto en lo referente a nuestra labor de investigación como en la realización de cursos de posgrado.

En la confección del libro hemos contado con la colaboración de la Ing. Beatriz Jiménez, también docente del Departamento de Geotopocartografía.

La Asociación de Profesores de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura ha hecho posible la publicación de esta obra otorgando un subsidio a tal fin.

Eduardo Huerta  
Aldo Mangiaterra  
Gustavo Noguera

## **CONTENIDOS**

### **1. Introducción**

<b>1.1 Introducción a la geodesia espacial</b>	I-1
1.1.1 El sistema Transit	I-1
1.1.2 El Sistema de Posicionamiento Global GPS	I-2
1.1.3 Tiempo	I-3
1.1.4 Sistema GPS - Constitución	I-4
<b>1.2 Segmento espacial</b>	I-4
1.2.1 Constelación	I-6
1.2.2 Identificación	I-7
1.2.3 Relojes de los satélites	I-7
1.2.4 Portadoras y códigos	I-8
<b>1.3 Segmento de control</b>	I-8
<b>1.4 Segmento usuario</b>	I-9
1.4.1 Información en el receptor	I-11
<b>1.5 Modernización del Sistema</b>	I-11
<b>1.6 Magnitudes y unidades de medida</b>	I-12
<b>1.7 Algunas definiciones</b>	I-13

### **2. Nociones de Geodesia**

<b>2.1 Introducción</b>	II-1
<b>2.2 Reseña histórica</b>	II-2
<b>2.3 Aspectos conceptuales básicos</b>	II-6
<b>2.4 Superficies de referencia</b>	II-8
2.4.1 Geoide	II-8
2.4.2 Elipsoide de revolución	II-10
<b>2.5 Geodesia Clásica</b>	II-12
2.5.1 Levantamiento geodésico	II-13
2.5.2 Asignación de coordenadas del origen $P(B,L,h)$	II-13
<b>2.6 Geodesia Satelital</b>	II-15
<b>2.7 Transformación entre Marcos de referencia</b>	II-17

<b>2.8 Elipsoide equipotencial</b>	II-20
<b>2.9 Modelos de geoide</b>	II-20
<b>2.10 Representación Plana</b>	II-22
2.10.1 Fundamentos. Ecuaciones de representación	II-22
2.10.2 Representación conforme. Deformaciones	II-24

### **3. La obtención de coordenadas**

<b>3.1 El problema de la pirámide</b>	III-1
3.1.1 Posicionamiento mediante código C/A	III-2
3.1.2 La señal del satélite	III-2
3.1.3 Medición de la distancia	III-4
3.1.4 Relación entre código C/A, tiempo y distancia	III-5
<b>3.2 Ecuaciones de observación</b>	III-7
<b>3.3 Precisión del posicionamiento</b>	III-8
3.3.1 Consideración de los errores	III-9
3.3.2 Errores sistemáticos	III-10
3.3.3 Errores accidentales	III-11
<b>3.4 Factor de configuración</b>	III-11
<b>3.5 Otros sistemas de posicionamiento satelital</b>	III-14
3.5.1 Sistema GLONASS	III-14
3.5.2 Descripción y constitución de GLONASS	III-15
3.5.3 Sistemas europeos	III-16
<b>3.6 El programa GALILEO</b>	III-19
3.6.1 La constelación GALILEO	III-20
3.6.2 Servicios GALILEO	III-21
3.6.3 Atractivo del sistema GALILEO	III-21

### **4. Posicionamiento con Código C/A**

<b>4.1 Posicionamiento absoluto</b>	IV-1
4.1.1 Modo estático	IV-1
4.1.2 Modo móvil	IV-1
4.1.3 Precisiones	IV-2
<b>4.2 Posicionamiento Diferencial</b>	IV-2
4.2.1 Corrección de posición	IV-5

4.2.2 Corrección de distancias	IV-6
4.2.3 Simples y dobles diferencias	IV-8
4.2.4 Conclusión	IV-9
<b>4.3 Métodos de operación</b>	IV-9
4.3.1 Modo estático	IV-9
4.3.2 Modo móvil	IV-10
<b>4.4 Precisiones</b>	IV-10
<b>4.5 Aplicación de la corrección diferencial</b>	IV-11
4.5.1 Post-procesamiento	IV-11
4.5.2 Corrección diferencial en tiempo real	IV-12
4.5.3 WADGPS	IV-12

## **5. Posicionamiento con fase**

<b>5.1 Introducción</b>	V-1
<b>5.2 Fases. Conceptos básicos</b>	V-3
<b>5.3 Caso satelital</b>	V-5
5.3.1 Observable ideal	V-6
5.3.2 Observable real	V-10
<b>5.4 Posicionando Puntos con Fases de la Portadora</b>	V-11
<b>5.5 Posicionamiento relativo estático</b>	V-13
5.5.1 Diferencias de fase	V-14
5.5.2 La resolución de ambigüedades	V-21
<b>5.6 Posicionamiento relativo dinámico</b>	V-23
5.6.1 Método cinemático puro	V-23
5.6.2 Método Stop & Go	V-24
5.6.3 Método OTF	V-24
<b>5.7 Combinaciones lineales de fase</b>	V-26
<b>5.8 Precisiones</b>	V-27
5.8.1 Posicionamiento estático	V-27
5.8.2 Posicionamiento dinámico	V-28
5.8.3 Mejoramiento de la precisión en vectores largos	V-29
<b>5.9 Coordenadas en tiempo diferido o real</b>	V-30

## **6. Georreferenciación**

<b>6.1 Conceptos básicos</b>	<i>VI-1</i>
<b>6.2 La medida</b>	<i>VI-3</i>
6.2.1 Errores sistemáticos	<i>VI-5</i>
6.2.2 Errores accidentales	<i>VI-6</i>
6.2.3 Precisión	<i>VI-6</i>
6.2.4 Precisión del promedio	<i>VI-7</i>
6.2.5 Tolerancia	<i>VI-8</i>
6.2.6 Propagación de errores y configuración	<i>VI-8</i>
<b>6.3 Ajuste o compensación</b>	<i>VI-9</i>
<b>6.4 Criterios en georreferenciación con GPS</b>	<i>VI-12</i>

<b>7. Bibliografía</b>	<i>VII-1</i>
------------------------	--------------

# Introducción

## 1.1 Introducción a la geodesia espacial

Se puede decir que la era de la geodesia espacial fue efectivamente iniciada por la URSS en octubre de 1957 con el lanzamiento del primer satélite artificial de la Tierra: el Sputnik I.

Posteriormente pudo observarse que determinando el corrimiento Doppler de las señales radiodifundidas por el Sputnik, desde estaciones de posición conocidas, era posible establecer la órbita del satélite.

Esto permitió el planteo inverso, es decir, si la órbita era conocida previamente sería posible obtener la posición de un receptor en una ubicación cualquiera. Para ello habría que realizar observaciones durante varios pasos del satélite.

Durante la década siguiente la investigación se orientaron a desarrollar y perfeccionar los métodos básicos de observaciones satelitales y de cálculo de órbitas encaminados a implementar sistemas de posicionamiento y de determinación del campo de gravedad terrestre, lo que permitió crear el primer sistema de posicionamiento geodésico.

### *1.1.1 El sistema Transit*

Este sistema, concebido con fines exclusivamente militares, se basó en observaciones Doppler y entró en operaciones en el año 1964. Posteriormente, en 1967, se comenzó a utilizar en trabajos de tipo geodésico tales como mediciones de redes geodésicas extensas, determinación de parámetros entre sistemas geodésicos, y otras aplicaciones científicas y tecnológicas.

Estuvo funcionando hasta el año 1996. Su salida de operación se debió fundamentalmente a que un nuevo sistema estaba operando exitosamente superando importantes deficiencias que caracterizaban a su predecesor.

Las principales deficiencias que presentaba el Sistema Transit eran:

- Dada la escasa altura de las órbitas, éstas eran muy afectadas por las variaciones del campo de gravedad.
- La transmisión de la señal era fuertemente alterada por la refracción atmosférica debido a que la frecuencia de emisión era relativamente baja.
- Se producían huecos en las observaciones muy grandes debido a la configuración y al número reducido de satélites de la constelación (entre 5 y 7).

### ***1.1.2 El Sistema de Posicionamiento Global GPS***

La implementación del programa NAVSTAR, GPS (Navigation System Timing And Ranging, Global Positioning System) fue efectivamente iniciada en diciembre de 1973. El 22 de febrero de 1978 fue lanzado el primer satélite de una serie de cuatro.

La responsabilidad del desarrollo y mantenimiento del sistema recae en el Departamento de Defensa de los Estados Unidos, División Sistema Espacial. Esa dependencia se debía a que el sistema fue concebido, igual que Transit, para uso militar.

GPS es un sistema que tiene como objetivo la determinación de las coordenadas espaciales de puntos respecto de un sistema de referencia mundial. Los puntos pueden estar ubicados en cualquier lugar del planeta, pueden permanecer estáticos o en movimiento y las observaciones pueden realizarse en cualquier momento del día.

Para la obtención de coordenadas el sistema se basa en la determinación simultánea de las distancias a cuatro satélites (como mínimo) de coordenadas conocidas. Estas distancias se obtienen a partir de las señales emitidas por los satélites, las que son recibidas por receptores especialmente diseñados. Las coordenadas de los satélites son provistas al receptor por el sistema.

Desde el punto de vista geodésico-topográfico, el **Sistema GPS** responde a dos requerimientos básicos:

- *Planteo directo o levantamiento*: se tiene en el terreno un punto materializado, un pilar con placa y marca, un mojón, etc. Se piden sus coordenadas en un sistema de referencia prefijado.
- *Planteo inverso o replanteo*: se dan las coordenadas de un punto en un sistema de referencia determinado y se pide la localización de dicho punto, que, de no estarlo ya, será materializado en el terreno.

La operatividad del sistema no implica un compromiso legal del gobierno de Estados Unidos. Por lo tanto la Agencia Cartográfica del Departamento de Defensa, NIMA (National Imagery and Mapping Agency) puede modificar sin previo aviso su funcionamiento alterando, por ejemplo, el denominado *mensaje de navegación* (en el que está incluida información esencial para el cálculo como son las coordenadas de los satélites), limitando el acceso a uno o mas componentes de la señal, alterando el estado de los relojes, degradando la precisión de las órbitas, etc.

De todos modos el acceso a las señales que emiten los satélites es de carácter público, no requiriéndose licencia o autorización alguna, al menos hasta el año 2005.

En la actualidad, el uso civil de GPS ha sobrepasado largamente el uso militar, convirtiéndose de hecho en un servicio público de carácter mundial de enorme importancia y con innumerables aplicaciones.

Ante incesantes requerimientos, el gobierno de los Estados Unidos se ha comprometido a mantener operativo el sistema al menos hasta el año 2010.

### **1.1.3 Tiempo**

El tiempo GPS está definido por el reloj atómico de Cesio de la Estación de Control Maestra (ver 1.3).

El origen de la escala de tiempo GPS se fijó coincidente con el UTC (Tiempo Universal Coordinado), a las 0 horas del 6 de enero de 1980. La unidad del UTC es el segundo atómico, pero está sometido a periódicos reajustes a causa del movimiento irregular de la Tierra, razón por la cual la diferencia entre tiempo GPS y UTC, que se fijó en cero segundos en 1980, se fue modificando siendo el 1 de enero de 2005 de 13 segundos.

Una unidad de tiempo utilizada por el sistema es el *número de semana GPS (NSGPS)* equivalente a 604800 segundos. La cuenta de la semana GPS comenzó con el origen de la escala de tiempo GPS. Cuando se completó la semana 1023 la NSGPS se reinicializó, es decir, la medianoche de 21 de agosto de 1999 se comenzó a contar nuevamente desde 0.

### **1.1.4 Sistema GPS - Constitución**

Está constituido por tres segmentos fundamentales:

- Espacial
- De control
- Del usuario

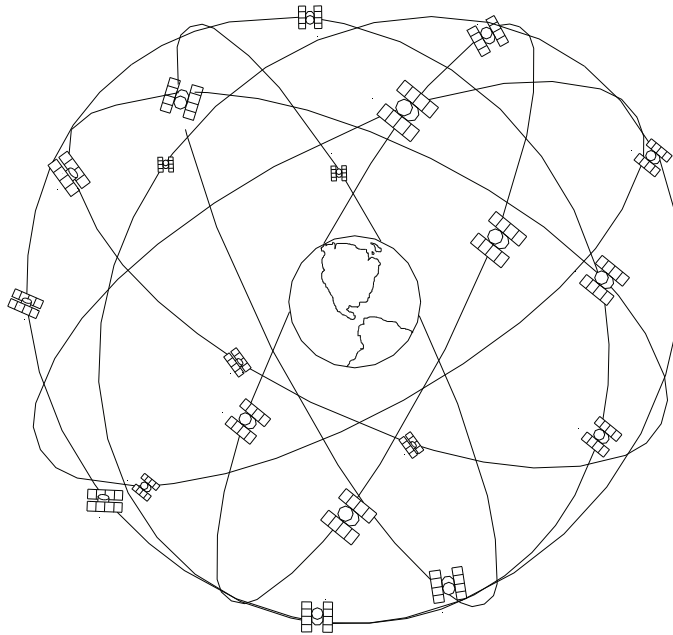
## **1.2 Segmento espacial**

Se puede observar en la Figura 1 la disposición aproximada que tienen los satélites de la constelación NAVSTAR, GPS que integran el segmento espacial

Debido a que la vida útil de un satélite llega a término por envejecimiento de los paneles solares, falta de capacidad de los acumuladores, averías no reversibles en los sistemas electrónicos o agotamiento del combustible de maniobra, se planificó su reemplazo en bloques.

Los primeros satélites puestos en órbita fueron los integrantes del denominado **Bloque I**. Fueron lanzados desde la base Vandenberg, ubicada en el estado de California. El total de satélites puestos en órbita fue 11 entre los años 1978 y 1985, utilizándose para ello cohetes Atlas-F.

Estos primeros satélites tuvieron un peso de 845 Kg. y un promedio de vida efectiva de 7.5 años. Las órbitas descritas tenían una inclinación de 63 grados respecto del Ecuador



**Figura 1**

Los satélites del Bloque I fueron sustituidos progresivamente por los del denominado **Bloque II**. El primer satélite de este grupo fue lanzado en el año 1989 desde el Centro Espacial Kennedy en Cabo Cañaveral, estado de Florida.

Cabe mencionar que este nuevo bloque adiciona varias innovaciones. Entre ellas la posibilidad de incorporar a la señal una perturbación denominada *SA* (Selective Availability) que no es otra cosa que la disminución intencional de la precisión del sistema, también se estableció una limitación al acceso del denominado código P. Estas características fueron impuestas a los usuarios civiles por cuestiones de interés militar.

El peso de estos satélites es de 1500 Kg. con un período de vida de aproximadamente 10 años. A partir de estos satélites se modificó la

inclinación de las órbitas llevándolas a 55 grados. Se lanzaron un total de 9 satélites.

En 1990 se comenzó con el lanzamiento de satélites que tenían ligeras diferencias respecto de la primer versión de este bloque. Este fue el denominado **Bloque IIA**. La *A* significa Advanced. El 8 de diciembre de 1993 se habían puesto en órbita 15 satélites adicionales de este bloque, totalizando así 24 satélites, fue entonces declarado al sistema en plena capacidad operativa.

En 1996 fue lanzado el primer satélite del **Bloque IIR**. El agregado de *R* (replacement) se refiere a reemplazo o sustitución, es decir, estos satélites fueron reemplazando a los satélites que salían de operación. Esta versión tiene un peso de 2000 Kg. y se distingue por las mejoras introducidas en los relojes de a bordo.

Finalmente se desarrolló la cuarta generación de satélites de este bloque, el denominado **Bloque IIF** con importantes mejoras en el sistema de navegación de a bordo. El lanzamiento de estos satélites comenzó en el 2001 y se prevé que seguirá hasta el 2010. Están diseñados para una vida útil de 15 años.

Para la puesta en órbita de satélites de todas las versiones del Bloque II se utilizaron transbordadores espaciales, que transportan simultáneamente tres satélites en cada viaje, con la consecuente reducción de costos.

Forman parte del equipamiento de cada satélite dos paneles solares y un sistema de propulsión

Los paneles solares se utilizan para recargar los acumuladores que permiten el funcionamiento mientras el satélite pasa por la sombra de la Tierra.

Desde el sistema de control terrestre es posible activar los sistemas de propulsión con el objetivo de corregir las órbitas de cada satélite o incluso cambiar de posición dentro de la misma órbita.

### **1.2.1 Constelación**

A fines de 1993 cuando fue completada la constelación de satélites del sistema sus características eran las siguientes:

- Compuesta por 24 satélites.
- Los satélites se ubican en 6 órbitas planas prácticamente circulares, con inclinación de 55° respecto al plano del Ecuador y con una distribución aproximadamente uniforme; con 4 satélites en cada órbita.
- Se encuentran aproximadamente a 20180 km de altura.
- Tienen 12h de período de rotación (en tiempo sidéreo) u 11h 58m (en tiempo oficial).
- También hay satélites en órbita que se encuentran desactivados y disponibles como reemplazo.
- Con la constelación completa, se dispone, en cualquier punto y momento, entre 5 y 11 satélites observables, con geometría favorable.
- El tiempo máximo de observación de un satélite es de hasta 4 horas 15 minutos.

Con la incorporación de los satélites de los Bloques IIR y IIF la constelación tiene a principios del 2005, 29 satélites en órbita, distribuidos en los seis planos orbitales. La cantidad de satélites por plano es 4, 5 ó 6 según la órbita.

### ***1.2.2 Identificación***

La identificación de los satélites puede hacerse de varias formas: por su orden de lanzamiento, por la órbita y posición que ocupa en ella, o por su PRN o Ruido Pseudo Aleatorio (Pseudo Random Noise) característico y exclusivo de cada satélite, el que será más adelante descrito en el Capítulo III.

### ***1.2.3 Relojes de los satélites***

Los relojes de los satélites, son en realidad osciladores atómicos, los que por su alta frecuencia y la gran estabilidad de la misma, permiten efectuar mediciones de tiempo con elevada precisión.

La estabilidad se caracteriza por el valor  $\Delta f/f$ , donde  $\Delta f$  indica la variación de frecuencia posible en un período dado (por ejemplo un día) y  $f$  indica la frecuencia propia del reloj. A modo de ejemplo podemos citar los siguientes valores (*ver en Bibliografía: Leick A, 1995*).

<b>Tipo de reloj</b>	<b>Estabilidad <math>\Delta f/f</math></b>
Rubidio	$10^{-12}$
Cesio	$10^{-14}$
Hidrógeno	$10^{-15}$

Si vinculamos la frecuencia con la medición de tiempo es posible demostrar que

$$\left| \frac{\Delta f}{f} \right| = \left| \frac{\Delta t}{t} \right|$$

( $t$  indica el tiempo transcurrido y  $\Delta t$  el error posible en la medición de  $t$ )

Esto nos permite afirmar que, considerando un reloj de rubidio y el tiempo que la señal tarda en recorrer la distancia satélite-receptor (aproximadamente 0.066 segundos), el valor  $\Delta t$  es del orden de  $66 \cdot 10^{-15}$  segundos, y consecuentemente el error posible en la medición de la distancia no excedería las dos centésimas de milímetro

### **1.2.4 Portadoras y códigos**

Todos los satélites emiten dos ondas portadoras en la banda L (1000 Mhz a 3000 Mhz).

La portadora L1 está modulada por dos códigos (C/A y P) y la L2 solo por el código P. Ambas portadoras incluyen además el denominado mensaje de navegación. Más adelante en el Capítulo III se brindarán algunos detalles sobre la estructura de señal emitida.

## **1.3 Segmento de control**

Las funciones principales del segmento de control, denominado internacionalmente con las siglas OCS (Operational Control Segment) son:

- Monitoreo y control permanente de los satélites con el objeto de determinar y predecir las órbitas y los relojes de a bordo.

- Sincronización de los relojes de los satélites con el tiempo GPS
- Transmisión, a cada satélite, de la información procesada.

Está integrado por una *Estación de Control Maestra* (MCS), varias *Estaciones de Monitoreo* (MS) y *Antenas Terrestres* (GA).

Las estaciones de monitoreo tienen coordenadas conocidas con gran precisión y están equipadas con receptores GPS de doble frecuencia L1/L2 y un reloj de Cesio. Su función es determinar las distancias a todos los satélites visibles y transmitirlos a la estación de control maestra junto con los datos meteorológicos de cada estación.

Con los datos recibidos de las estaciones monitoras, la estación maestra, ubicada en la Base de la Fuerza Aérea Schriever en el estado de Colorado, calcula los parámetros orbitales y los de los relojes y posteriormente los transmite a las antenas terrestres que los transfieren a los satélites a través de un enlace vía banda S.

Como se puede observar en la Figura 2, el segmento de control está integrado por 10 estaciones.

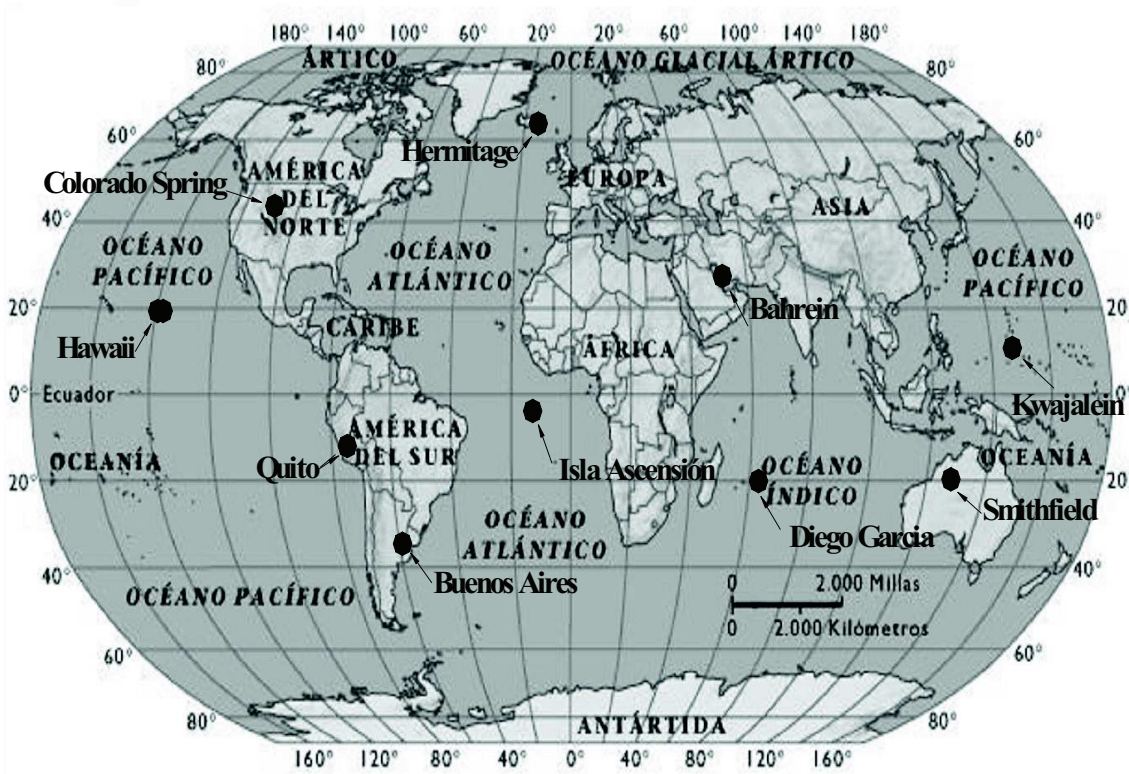
Estas están ubicadas en:

- Colorado Springs (EUA)
- Isla Ascensión (Atlántico Sur)
- Diego García (Índico)
- Kwajalein (Pacífico Occidental)
- Hawaii (Pacífico Oriental)
- Quito (Ecuador)
- Buenos Aires (Argentina)
- Hermitage (Inglaterra)
- Bahrein (Golfo Pérsico)
- Smithfield (Australia).

## **1.4 Segmento usuario**

Está constituido por los instrumentos utilizados para recibir y procesar la señal emitida por los satélites.

Estos instrumentos están integrados esencialmente por una *antena* y un *receptor*. Un equipo complementario es usado, en ocasiones, para transferir datos entre receptores.



### ● Estaciones de Control

Figura 2

La *antena* está conectada por cable al receptor o en otros casos forman una sola unidad. Las coordenadas que se calculan corresponden al centro radioeléctrico de la antena.

El *receptor* consta de un mínimo de 4 canales (generalmente 10 ó 12) que permiten recibir y procesar simultáneamente la señal de cada satélite.

Posee además un oscilador de cuarzo que permite generar la frecuencia de referencia para realizar la observación (ver 3.1.3).

Un microprocesador interno con el software correspondiente calcula

las coordenadas de la antena y la velocidad y acimut si el aparato está en movimiento.

Posee además una memoria para almacenar observaciones. La capacidad de esta memoria varía de acuerdo al tipo de receptor, pudiendo llegar a almacenar información durante varias decenas de horas.

Todo equipo adiciona una unidad de alimentación eléctrica que deberá brindar al receptor la autonomía necesaria.

Los equipos están en continuo desarrollo y su evolución es comparable a la experimentada en informática durante las últimas décadas para los ordenadores personales.

#### ***1.4.1 Información en el receptor***

Una vez en funcionamiento, el receptor puede ofrecer al operador una muy amplia y diversa información sobre el proceso de observación, mientras recibe las señales de los satélites.

Aunque varía entre diferentes modelos, se suele disponer de la información siguiente:

- Satélites localizados
- Satélites en seguimiento
- Intensidad de cada señal recibida
- Condición de cada satélite en seguimiento
- Posición : longitud, latitud, altitud
- Calidad de la geometría de observación.

Según la precisión con que se pueden obtener los resultados, podemos clasificarlos en receptores: Geodésicos -Topográficos- Navegadores.

### **1.5 Modernización del Sistema**

El departamento de defensa de EUA ha comunicado oficialmente, en el año 2000, la decisión de modernizar el sistema

En el comunicado anuncia como primera fase del proceso la incorporación del código C/A a L2 con el objetivo de mejorar las prestaciones para la comunidad civil.

Posteriormente se prevé adicionar un nuevo código denominado M sobre L1 y L2 para uso exclusivamente militar.

En la próxima fase se proyecta la emisión de una nueva portadora denominada L5 con una frecuencia nominal de 1176 MHz, con un nuevo tipo de modulación, la que será utilizada en aplicaciones que requieran posicionamiento instantáneo de precisión, por ejemplo, para casos de navegación aérea.

Se encuentra en etapa de definición y diseño una nueva versión para el sistema denominada GPSIII, cuyo objetivo será responder a los requerimientos tanto civiles como militares para los próximos 30 años. Esta nueva versión presenta innovaciones tanto en la arquitectura de los satélites como en el segmento de control.

## 1.6 Magnitudes y unidades de medida

A continuación se muestran dos tablas. En la primera se listan los prefijos utilizados para designar los múltiplos y submúltiplos que se utilizarán (nombre, símbolo y valor).

En la segunda se muestran las magnitudes utilizadas y ejemplos de cantidades.

<b>Nombre</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Valor</b> Exponente de 10
Giga	G	9
Mega	M	6
Kilo	K	3
Mili	m	-3
Micro	$\mu$	-6
Nano	n	-9
Pico	p	-12

Magnitud	Unidad	Algunas cantidades
Tiempo	1 s	Lapso del código C/A = 1 ms
Longitud	1 m	Longitud de onda de L1 ~ 0.19 m
Velocidad	1 m/s	C ~ 300000 km/s = 0.3 m/ns
Frecuencia	1 hz = 1 ciclo/s	Frecuencia de L1 ~ 1.5 Ghz

## 1.7 Algunas definiciones

Definimos como *Efemérides* al conjunto de parámetros que permiten calcular la órbita de cada satélite y su posición dentro de la misma, es decir, sus coordenadas; podemos distinguir entre:

*Efemérides transmitidas*: el usuario las recibe en el instante de observación, contenidas en la señal del satélite. Consisten en un conjunto de parámetros que permiten extrapolar la ubicación del satélite durante cuatro horas (2 hs. antes y 2 hs. después del tiempo de referencia). La estación de control maestra las envía al satélite y éste al usuario.

*Efemérides precisas*: son calculadas a posteriori, por interpolación, considerando la efectiva posición de cada satélite obtenida mediante las observaciones efectuadas desde las estaciones de control. El usuario las puede tener disponibles desde varias fuentes a través de Internet. Estas efemérides proporcionan coordenadas más precisas que las transmitidas.

*Almanaque*: es la versión simplificada de las efemérides, permite calcular las coordenadas de los satélites en forma aproximada; su validez es de seis meses, aunque es recomendable su actualización semanal.

*Datum*: en algunos receptores aparece este término, que se refiere a los parámetros que definen el Sistema de Referencia utilizado por el receptor, por lo tanto debe prestarse especial atención a su configuración.

### *Escalas de tiempo*

Definidas por la rotación de la Tierra:

- Tiempo Universal o Solar (UT)
- Tiempo Sidéreo (ST)

Definidas por osciladores atómicos:

- Tiempo Universal Coordinado (UTC)
- Tiempo GPS (GPST)

Convenciones locales:

- Tiempo oficial local ( $HL=UTC-K$ )

K: constante definida por cada país  
Buenos Aires, 2005;  $K = - 3$  hs.

# Nociones de Geodesia

## 2.1 Introducción

Según Friedrich Robert Helmert (1880), la geodesia *es la ciencia encargada de la medición y representación cartográfica de la superficie terrestre*. Esta definición involucra no solamente la determinación de la forma y dimensiones de la Tierra sino también la determinación del campo de gravedad terrestre. El concepto de geodesia fue posteriormente extendido y actualmente su estudio incluye la medición de los fondos oceánicos estando además ligada a la exploración espacial lo que permite estudiar, en el sentido geodésico, otros cuerpos celestes (por ejemplo: la Luna). Constituye también un tema importante de la geodesia moderna, el estudio de las *variaciones temporales*, tanto de las coordenadas de los puntos fijos como del campo de gravedad.

En algunos aspectos (geométricos), se puede pensar a la geodesia como una continuación de la topografía. Desde ese punto de vista ambas tienen como objetivo común la determinación de las

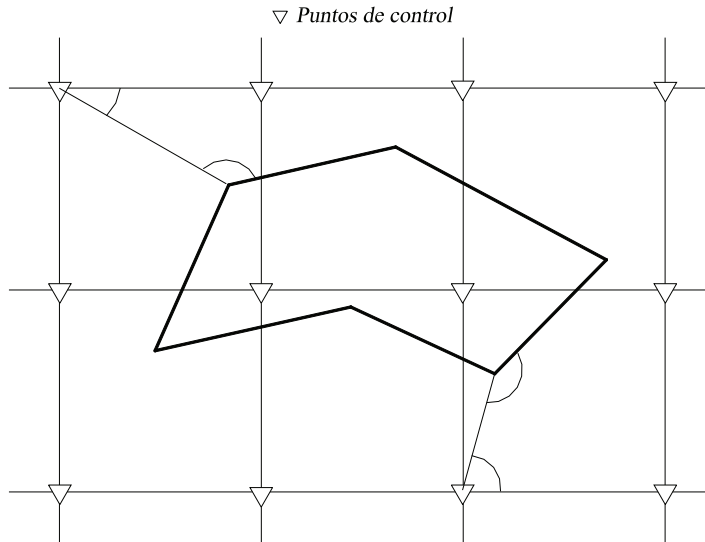
*Formas*  
*Dimensiones*  
*Ubicación*

de una parte de la superficie terrestre.

Mientras la topografía se ocupa de *pequeñas extensiones* (lo que permite el uso de métodos de medición y cálculo simplificados), la geodesia tiene como meta *grandes extensiones* (una región, una provincia o incluso todo el planeta).

Recordemos además que la topografía se ocupa del levantamiento de los detalles (relleno) que configuran la superficie terrestre (sean estos naturales o artificiales), mientras que la geodesia tiene como objetivo principal el *apoyo o control horizontal y vertical* para tareas de levantamiento y replanteo (Figura 1) en distintas áreas de aplicación como: ca-

tastro, construcción de grandes obras de ingeniería, exploración geofísica, líneas de conducción eléctrica, vías de comunicación, saneamiento, microgeodesia en la construcción y en la industria, cartografía básica.



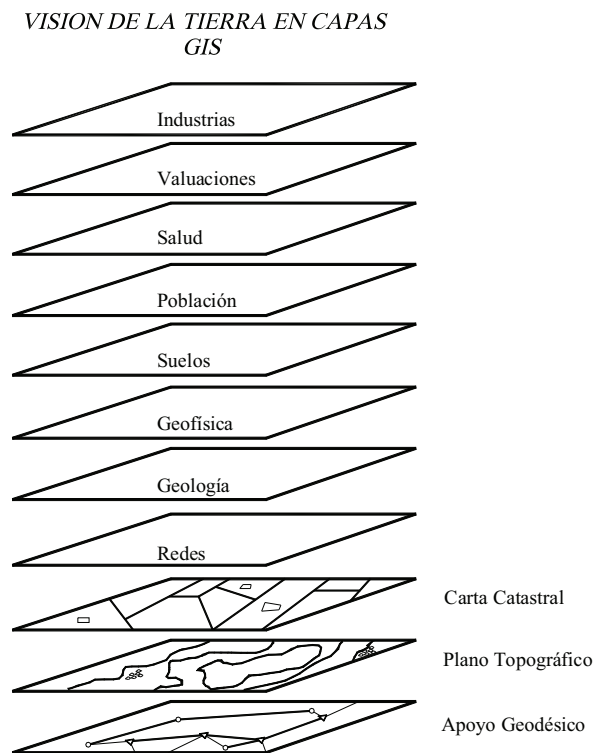
**Figura 1**

Cabe destacar además el importante papel que cumplen las redes geodésicas en la construcción de los sistemas de información geográficos (GIS) al posibilitar la correlación de información de distinto origen a través de su georreferenciación (Figura 2).

## 2.2 Reseña histórica

Desde tiempos muy remotos el hombre se ha planteado interrogantes tales como ¿Cuál es la forma de la Tierra? ¿Cuáles son sus dimensiones? Estas preguntas dieron origen a la Geodesia.

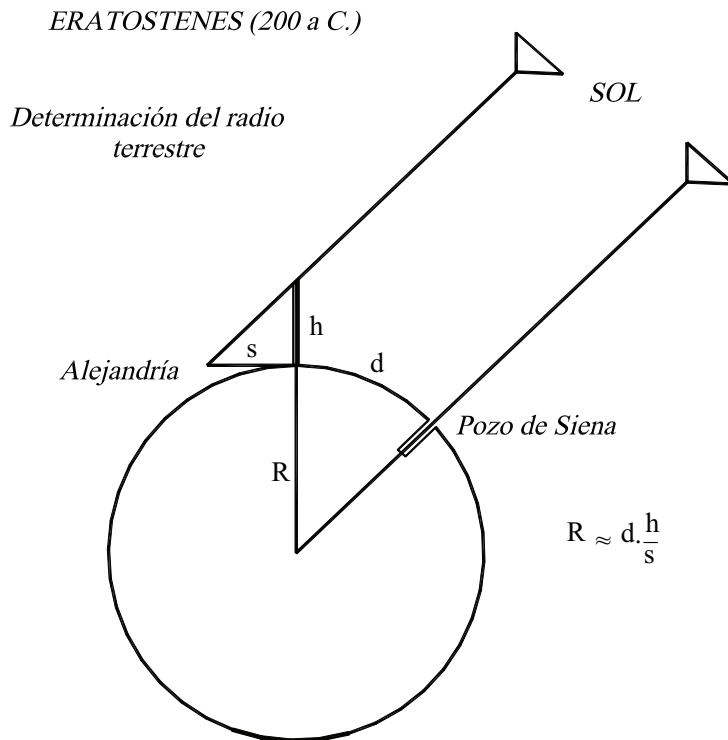
Eratóstenes, director de la biblioteca del Museo de Alejandría, realizó la primera medición de la circunferencia de la Tierra usando una técnica extremadamente simple. La experiencia consistió en lo siguiente: en el momento en que el Sol estaba directamente sobre Siena (hoy Asuan) de modo tal que el fondo de un pozo fuera totalmente iluminado por los rayos solares, en Alejandría se efectuó la medición de la sombra proyectada por una varilla vertical ( $s$ ) de altura conocida ( $h$ ) (Figura3).



**Figura 2**

A partir de la relación  $s/h$ , Eratóstenes dedujo que en Alejandría el Sol estaba a  $1/50$  de círculo debajo del cenit mientras en Siena estaba en la vertical. Así calculó la circunferencia de la Tierra multiplicando la distancia entre Alejandría y Siena por cincuenta. La distancia fue estimada en 5.000 estadios, a partir del tiempo que demandó el viaje entre ambas poblaciones (50 días en camello), por lo que la circunferencia terrestre debería ser 250.000 estadios. Aunque la longitud del estadio (unidad utilizada en Egipto en esa época) en términos de unidades modernas es bastante incierta, esto daría como resultado un perímetro de 39.820 km. correspondiente a un radio de 6.338 km., muy cerca del valor verdadero. No obstante actualmente se cree que los resultados obtenidos fueron afortunados, ya que existieron elementos de juicio equivocados en esa determinación, a pesar de lo cual esa medición del tamaño de la Tierra fue un importante progreso para la época.

Durante los próximos siglos, incluida la Edad Media completa, los estudios sobre la forma de la Tierra y sus dimensiones fueron abandonados.



**Figura 3**

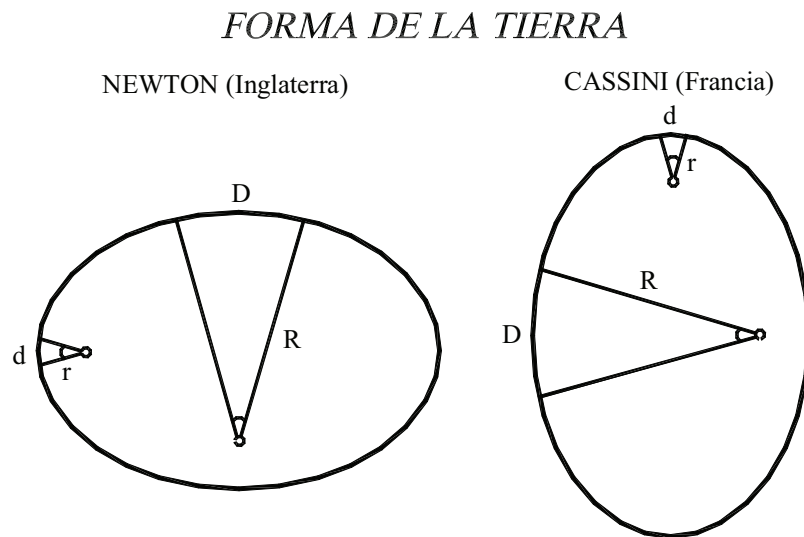
Una nueva época en el estudio de la forma y dimensiones de la Tierra (siglo XVII) comenzó después que la ley de gravitación universal fuera enunciada por Newton.

Partiendo de la suposición de que nuestro planeta en otros tiempos estuvo en un estado de líquido incandescente, Newton postuló que la Tierra debería tener una forma de esferoide aplastada en los Polos debido al movimiento de rotación terrestre que genera una fuerza centrífuga normal al eje, que adquiere un valor máximo en el Ecuador hasta anularse en los Polos.

Esta teoría se podía comprobar determinando la longitud de arcos de meridianos correspondiente a una variación de latitud de un grado. Si la longitud de un arco de meridiano determinado, resultara mayor que otro mas alejado del Ecuador, quedaría demostrado el achatamiento de la Tierra en los polos.

En esa época Snellius (Holanda) inicia una nueva etapa en la Geodesia al introducir el método de triangulación en los trabajos geodésicos, superando así las dificultades que ofrecían las mediciones de distancias sobre la superficie terrestre, produciendo además un considerable aumento en las precisiones.

Cassini (Francia) a partir de mediciones erróneas anuncia un esferoide alargado en los polos (Figura 4). Se produce entonces una fuerte controversia entre ambos científicos.



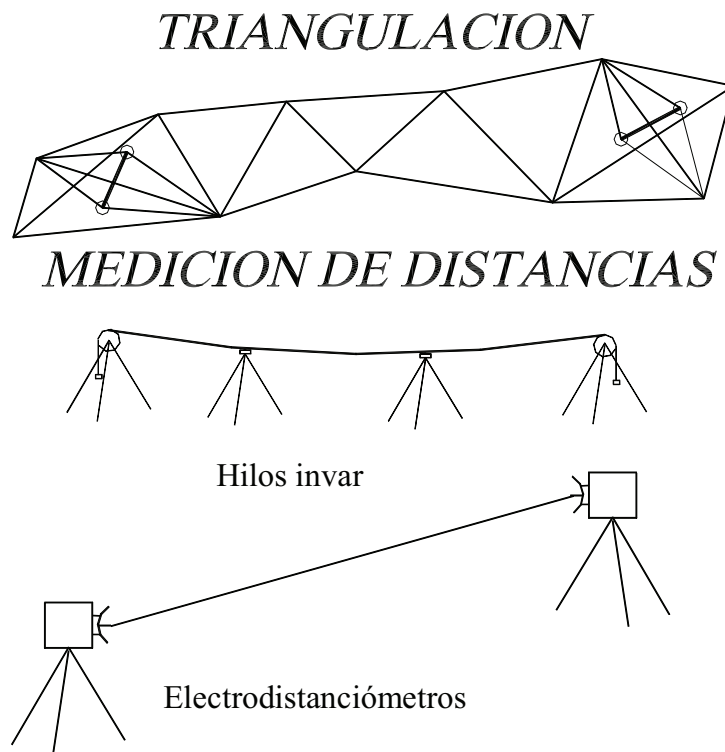
**Figura 4**

En el siglo XVIII se resuelve la controversia a partir de dos expediciones geodésicas que dispone realizar la Academia de Ciencias de París: una a Laponia cercana a la latitud 66°; otra al Perú cercana al Ecuador. Los resultados de estas expediciones confirmaron la concepción de Newton.

Durante los siguientes 200 años las determinaciones del radio y aplastamiento de la Tierra se convirtieron en más precisas a medida que las técnicas geodésicas se fueron refinando.

En la primera mitad del siglo XX el método utilizado para los levantamientos geodésicos fue fundamentalmente el de *triangulación*

basado en la trabajosa medición de una base con hilos invar y en mediciones angulares. En la segunda mitad del siglo XX irrumpieron los electrodistanciómetros, facilitando notablemente la medición de distancias con adecuada precisión. Esto produjo una predilección por la **trilateración** (Figura 5).



**Figura 5**

Sobre fines del siglo XX los geodestas tienen acceso masivo al **Sistema de Posicionamiento Global** que permite el posicionamiento preciso de puntos terrestres a partir de señales provenientes de satélites artificiales diseñados para ese fin.

### 2.3 Aspectos conceptuales básicos

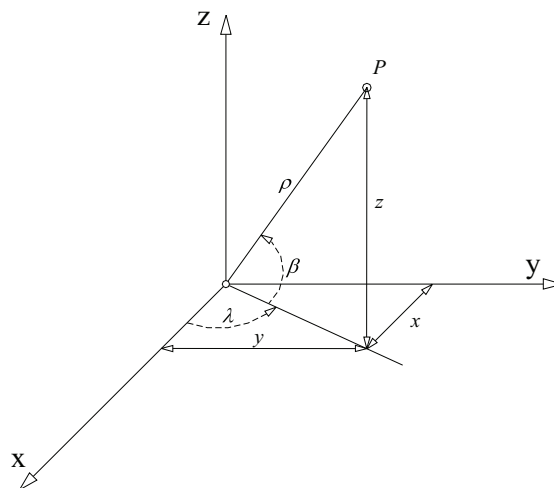
Como ya se mencionó, la topografía y la geodesia (en su aspecto geométrico) se plantean como cuestión fundamental la determinación de las **formas, dimensiones y ubicación** de un sector de la superficie terrestre. Este sector puede corresponder a un área muy pequeña (algunas de-

cenas de metros cuadrados) o a una muy grande (con extensión continental o mundial).

Cuando se trata de definir la forma, dimensiones y ubicación de un objeto irregular, (es el caso de la superficie de la Tierra) podemos pensar en reducir el problema **a la determinación de la posición espacial de puntos** adecuadamente elegidos de ese objeto, a partir de los cuales podemos inferir un resultado. Es decir que la discretización del problema planteado permite obtener una solución, que será tanto más precisa cuando mayor sea la densidad y la calidad de los puntos seleccionados.

Justamente en topografía y geodesia, **el punto** es la entidad generadora de la superficie terrestre.

El problema tal cual está planteado queda entonces resuelto si determinamos las coordenadas espaciales de los puntos mencionados (Figura 6). Las coordenadas pueden ser, por ejemplo, las cartesianas ortogonales  $x, y, z$  o las polares  $\rho, \lambda, \beta$  correspondientes a una terna de ejes.



**Figura 6**

Es necesario entonces definir un sistema de coordenadas terrestres, ello implica establecer la ubicación del origen del sistema y la orientación de por lo menos dos de los ejes de tal manera que el sistema permanezca fijo respecto de la Tierra. Se define así un sistema trirrectangular de mano derecha con origen en el centro de masas de la Tierra, con su

eje Z apuntando al Polo Norte Convencional y su eje X pasando por la intersección del plano del Ecuador y del meridiano de Greenwich.

Una vez concebido el sistema de referencia, se presenta un problema adicional: ***¿Cómo utilizar en la práctica el sistema previamente definido?*** La manera de hacerlo es a través de un conjunto de puntos fijos que previamente se materializan en forma permanente sobre la superficie terrestre y cuyas coordenadas en dicho sistema son conocidas. Estos puntos constituyen *un marco de referencia geodésico*. Entonces, el problema práctico de posicionamiento se reducirá a la determinación de la ubicación relativa de puntos respecto del marco de referencia mencionado.

## 2.4 Superficies de referencia

### 2.4.1 Geoide

Si bien la superficie física de la Tierra puede ser representada punto a punto por medio de coordenadas como las descritas hasta aquí, existen una gran cantidad de requerimientos prácticos (la mayoría vinculados a la determinación de la dirección de escurrimiento del agua) que imponen la determinación de alturas respecto de una superficie de nivel (superficie horizontal).

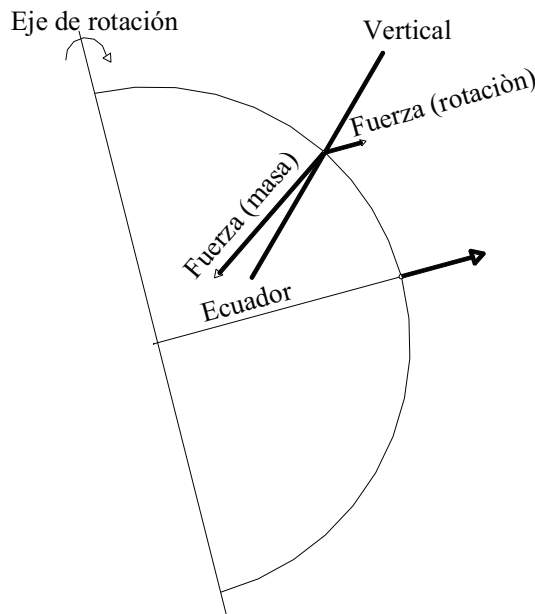
Cabe señalar que las coordenadas espaciales de un punto constituyen una referencia puramente geométrica mientras que las alturas referidas en último término dependen del campo de gravedad terrestre, el que a su vez depende de la distribución de masas en el interior del planeta, adquiriendo así un significado físico.

Inmediatamente surgen dos preguntas:

- a) ***¿Qué es una superficie de nivel?***
- b) ***¿Por qué es necesario determinar la distancia de los puntos a esa superficie?***

Se define como *superficie horizontal*, o *superficie de nivel* o *superficie equipotencial del campo de gravedad* a aquella que en todos sus puntos es normal a la dirección de la vertical del lugar, la cual coincide con la

dirección de la gravedad en cada punto y es la dirección de la resultante de la fuerza de atracción de la masa terrestre y la fuerza centrífuga producida por la rotación terrestre (Figura 7).



**Figura 7**

La Tierra aparecerá entonces, laminada por superficies equipotenciales o de nivel de las cuales se destaca una, la que mejor se ajusta al nivel medio del mar; es el *geoide*.

Todas estas superficies tienen la propiedad común de que si se deposita sobre ellas una partícula de agua, ésta no sufrirá ningún desplazamiento. Es ahora sencillo entender por qué ese requerimiento adicional, claro, la determinación de la distancia (según la dirección de la vertical) entre puntos de la superficie terrestre y una superficie de nivel tomada como superficie de referencia nos permitirá definir, en principio, *la dirección y velocidad del escurrimiento del agua entre dichos puntos*.

A esta altura del análisis del problema ya se pueden identificar dos componentes de origen independiente:

- a) Una *componente geométrica* (coordenadas espaciales)

- b) Una **componente física** vinculada al campo gravitatorio terrestre (vertical o superficie de nivel).

Desde ya se puede mencionar que un problema central es definir correctamente las superficies de nivel. Como ya se adelantó la configuración de estas superficies de nivel, dependerá de la distribución de masas en el interior de la Tierra, que es desconocida.

### 2.4.2 *Elipsoide de revolución*

Desde el punto de vista geométrico, las coordenadas cartesianas, aunque adecuadas para el cálculo, no proporcionan una idea clara e inmediata de la posición de los puntos sobre la superficie terrestre. Por esa razón, en geodesia, es usual referir la posición espacial de puntos a una superficie que aproxime la forma de la Tierra. En ese sentido se define como superficie geométrica de referencia la que corresponde a un elipsoide de revolución.

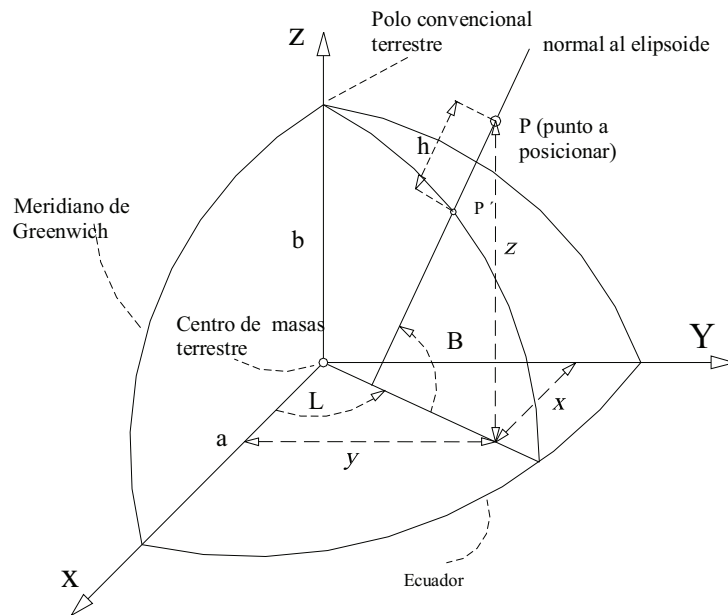
La forma y dimensión del elipsoide de revolución terrestre queda determinada por dos parámetros (por ejemplo, a: semieje mayor y b: semieje menor), además es necesario definir su ubicación y orientación.

Tanto su forma y dimensiones, dadas por a y b, como su ubicación y orientación se obtienen tratando de ajustarlo de la mejor manera posible al geoide. El centro del elipsoide coincide así con el origen del sistema cartesiano y el semieje menor con el eje Z. Es posible entonces obtener las coordenadas elipsóidicas o geodésicas B, L y h (Figura 8).

De esta manera cada sistema de referencia geodésico tendrá asociado un elipsoide de revolución.

Las coordenadas geodésicas del punto P se definen de la siguiente manera:

- La latitud geodésica B es el ángulo entre el plano del Ecuador y la normal al elipsoide que pasa por el punto P medida en el plano del meridiano del punto. El origen de las latitudes es el Ecuador y varía entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  en el hemisferio norte y entre  $0^\circ$  y  $-90^\circ$  en el hemisferio sur.



**Figura 8**

- La longitud geodésica  $L$  es el ángulo del diedro determinado por el meridiano de Greenwich, es decir el plano  $(x, z)$  y el meridiano que contiene al punto  $P$ . La longitud varía entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$  medida desde el meridiano de Greenwich hacia el este y  $0^\circ$  y  $-180^\circ$  medida desde el meridiano de Greenwich hacia el oeste.
- La altura geodésica  $h$  es la distancia entre el punto y el elipsoide medida a lo largo de la normal al elipsoide. La altura es positiva por encima del elipsoide y negativa por debajo de él.

La utilización de este último tipo de coordenadas permite ubicar al punto en altura por medio de  $h$  (en este caso respecto del elipsoide adoptado) y determinar la posición de su proyección sobre el elipsoide por medio de  $B$  y  $L$ .

Resumiendo se puede decir que tanto las coordenadas cartesianas geocéntricas  $(x, y, z)$ , las polares  $(\rho, \lambda, \beta)$  como las coordenadas geodésicas  $(B, L, h)$  representan formas distintas de expresar la posición espacial de un punto. Existen fórmulas que permiten realizar las conversiones entre estos diferentes tipos de coordenadas (ver en Bibliografía: Leick A., 1997)

A modo de ejemplo se puede decir que típicamente las coordenadas cartesianas rectangulares se utilizan en geodesia espacial y en microgeodesia, las polares en campo de gravedad, las coordenadas elipsóidicas se utilizan en geodesia clásica y sus representaciones planas en cartografía.

## 2.5 Geodesia Clásica

La geodesia clásica realizaba sus levantamientos a partir de un punto origen al que previamente se le asignaban coordenadas elipsóidicas con el auxilio de la astronomía geodésica y de la nivelación geométrica de precisión (2.5.2). Este origen tiene asociado también una orientación (acimut) necesaria para el posterior levantamiento de puntos. A partir de ese origen se transportaban las coordenadas B y L a otros puntos de la red basándose en mediciones angulares, de distancias y del cálculo elipsóidico correspondiente.

La tercer coordenada geodésica  $h$  (altura elipsóidica), aunque conjuntamente con B y L permiten ubicar unívocamente un punto en el espacio, en general, para la geodesia clásica fue imposible determinarla, es decir, que se trataba de levantamientos bidimensionales.

Junto con las coordenadas geodésicas B y L era usual que se publicara la altitud medida respecto de una superficie equipotencial, usualmente el geoide, denominada ortométrica, la cual puede obtenerse en una primera aproximación por medio de nivelación geométrica de precisión.

Por esta razón, en la República Argentina, con el uso de la geodesia clásica se han materializado sobre el territorio las siguientes redes:

- Por un lado, la red de puntos trigonométricos (con sus correspondientes pilares de acimut) constituida por un conjunto de puntos monumentados con las coordenadas geodésicas B (latitud) y L (longitud) correspondientes.
- Por otro, las redes de nivelación, referidas a las alturas de algunas estaciones mareográficas (que definen el nivel medio del mar), también materializadas por un conjunto de mojones de los cuales se determinaron las alturas ortométricas aproximadas H.

### 2.5.1 Levantamiento geodésico

Para la geodesia clásica ha sido imposible definir un Sistema de Referencia único para todo el planeta. Así es que existen múltiples marcos de referencia geodésicos en los que el ajuste entre elipsoide y geoide se planteaba a nivel regional, con un origen que en general se encontraba desplazado respecto del geocentro.

El procedimiento utilizado para definir este tipo de marcos de referencia regionales ha sido el siguiente:

En un punto elegido como origen del levantamiento

- a) Se determinaba la altura  $H$  sobre el nivel medio de mar mediante nivelación geométrica de precisión.
- b) Se determinaban las coordenadas astronómicas: latitud  $\varphi$ , y la longitud  $\omega$  mediante Astronomía Geodésica.
- c) Se determinaba un acimut astronómico de orientación en el arranque mediante Astronomía Geodésica.
- d) Se realizaba la medición de una longitud denominada base.

### 2.5.2 Asignación de coordenadas del origen $P$ ( $B, L, h$ )

$B = \varphi$  aproximación válida en el orden de 200 m

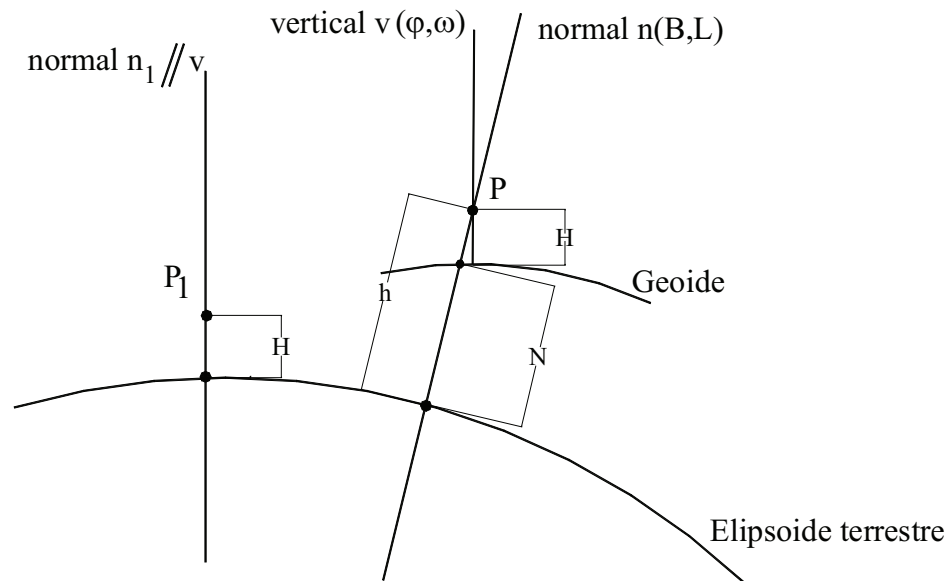
$L = -\omega$  aproximación válida en el orden de 200 m

El orden de las aproximaciones indicadas anteriormente se debe a que mientras las coordenadas astronómicas están referidas a la dirección de la vertical, las coordenadas geodésicas están referidas a la dirección de la normal, el ángulo entre ambas direcciones es el denominado *desvío de la vertical*.

$h = H$  aproximación válida en el orden de 50 m.

El orden de la aproximación anterior se debe a que la altura ortométrica está referida al geoide mientras que la altura elipsoidal está referida al elipsoide.

En la Figura 9 se puede visualizar el significado de la asignación anterior, supuesto por comodidad el desvío de la vertical en el plano del dibujo. De ella deducimos que las coordenadas asignadas a P son en realidad las coordenadas geodésicas de un punto  $P_1$  necesariamente próximo a P (para tener una idea, como ya se dijo, 100, 200 ó 300 metros).



**Figura 9**

Esto es equivalente entonces, a desplazar en el arranque, el elipsoide terrestre centrado en el centro de masas de la Tierra, según el vector  $P_1P$ , lo que significa que entre el elipsoide y el geoide existe un punto de contacto en el cual ambas superficies son tangentes.

En resumen se puede decir que en la geodesia clásica las redes son calculadas *sobre un elipsoide propio no centrado cuya ubicación y orientación dependerá del punto de arranque elegido*.

En la República Argentina durante las últimas décadas y hasta mayo de 1997 el marco de referencia oficial fue el denominado Campo Inchauspe 1969 (CAI69), el que fuera definido mediante los procedimientos indicados y que son propios de la geodesia clásica. El elipsoide asociado a dicho marco es el de Hayford. Su origen y orientación espacial se ajustaron para que fuera tangente al geoide en el paraje Campo Inchauspe ubicado en la provincia de Buenos Aires.

Los parámetros geométricos correspondientes al elipsoide de Hayford son:

$$\text{semieje mayor } a = 6378388 \text{ m}$$

$$\text{aplasmamiento } \alpha = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{297}$$

donde  $b$  es el semieje menor

Cabe señalar que el marco de referencia CAI69 cuenta con, aproximadamente, 18000 puntos.

## 2.6 Geodesia Satelital

A partir de las observaciones satelitales es posible determinar la posición espacial de puntos terrestres a través de tres coordenadas que estarán referidas a un sistema de referencia global.

Según la definición convencional adoptada por la Asociación Internacional de Geodesia y por la Unión Astronómica Internacional, el Sistema de Referencia Terrestre Internacional (ITRS) es una terna trirrectangular de mano derecha, de ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , cuyo origen coincide con el centro de masas de la Tierra, su eje  $z$  pasa por el polo convencional terrestre definido por el Servicio Internacional de Rotación de la Tierra (IERS). Los ejes  $x$  e  $y$  son perpendiculares al eje  $z$ , con el eje  $x$  definido por la intersección del meridiano de Greenwich, también definido por el IERS, y el plano del ecuador terrestre.

Con el aporte de los servicios científicos de la Asociación Internacional de Geodesia, ha sido posible materializar sobre la superficie terrestre sistemas de referencia geocéntricos en los cuales el ajuste entre elipsoide y geoide se plantea a nivel global. Cada uno de estos servicios utiliza una técnica de observación distinta:

- Servicio Internacional de GPS (International GPS Service. IGS)
- Servicio Internacional de rastreo láser (International Laser Ranging Service. ILRS)

- Servicio Internacional de Interferometría sobre líneas base muy largas para geodesia y astronomía (International VLBI Service for Geodesy and Astrometry. IVS).

### *Red Posgar 94*



**Figura 10**

Cabe mencionar que a partir de múltiples recomendaciones, en la República Argentina se decidió adoptar el Sistema de Referencia WGS84 (World Geodetic System 1984), de origen satelital. Para materializarlo se desarrolló el proyecto Posgar (Posiciones Geodésicas Argentinas). Se trata de una red constituida por 127 puntos (Figura 10) distribuidos más o menos regularmente sobre el territorio nacional (la distancia promedio entre puntos es de aproximadamente 200 Km.) y está basada en mediciones GPS. En mayo de 1997, luego de realizadas las observaciones y el cálculo correspondiente, fue adoptado oficialmente a través de la resolución 13/97 del Instituto Geográfico Militar, el nuevo marco de referencia geodésico en la Argentina que recibe el nombre POSGAR 94.

Este marco usa el elipsoide denominado WGS84 definido por los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned} \text{semieje mayor } a &= 6378137 \text{ m} \\ \text{aplastamiento } \alpha &= 1/298.257223563. \end{aligned}$$

## 2.7 Transformación entre Marcos de Referencia

Dado un punto P cuyas coordenadas cartesianas son conocidas en un marco de referencia, muchas veces es necesario calcular las coordenadas de dicho punto en otro marco.

Dos marcos quedan vinculados a través de siete parámetros: tres traslaciones, tres rotaciones y un factor de escala. Conocidos los siete parámetros, existen expresiones que permiten realizar la transformación señalada.

Los primeros parámetros de transformación conocidos entre Campo Inchauspe 69 y WGS84 fueron las tres componentes del desplazamiento entre los orígenes de ambos sistemas, determinados por la Agencia Cartográfica del Departamento de Defensa (DMA) de los Estados Unidos de América (hoy denominado NIMA) en el año 1991 a partir de observaciones realizadas por el Sistema Transit en Argentina. Estos valores son:

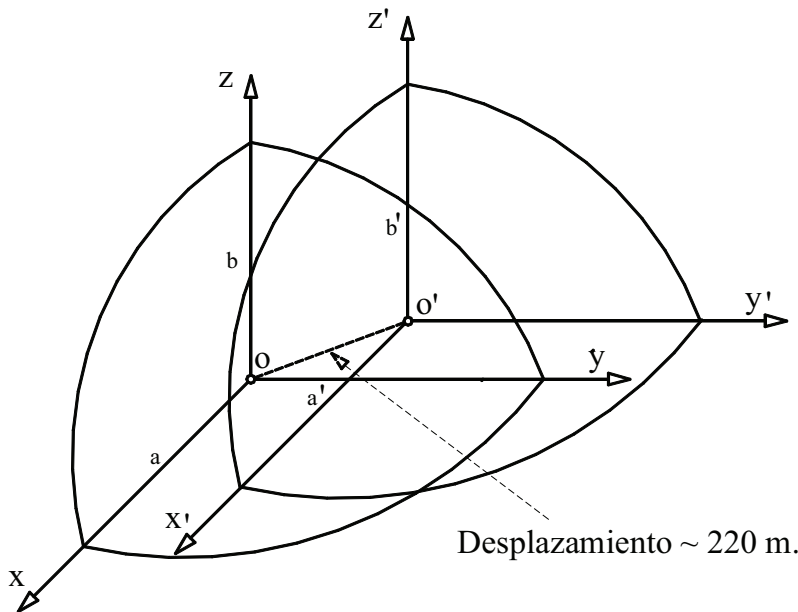
$$\begin{aligned} \Delta x &= -148 \text{ m} \\ \Delta y &= 136 \text{ m} \\ \Delta z &= 90 \text{ m} \end{aligned}$$

y fueron determinados con una incertidumbre del orden de los 5 metros.

Las coordenadas en el nuevo marco se calculan con:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}$$

Esta transformación al realizarse con solo tres parámetros, supone que el factor de escala es igual a la unidad y que las tres rotaciones son nulas (Figura 11).



**Figura 11**

La transformación de siete parámetros se realiza con la expresión:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = (1 + k) \begin{bmatrix} 1 & Rz & -Ry \\ -Rz & 1 & Rx \\ Ry & -Rx & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (\text{II-1})$$

donde:

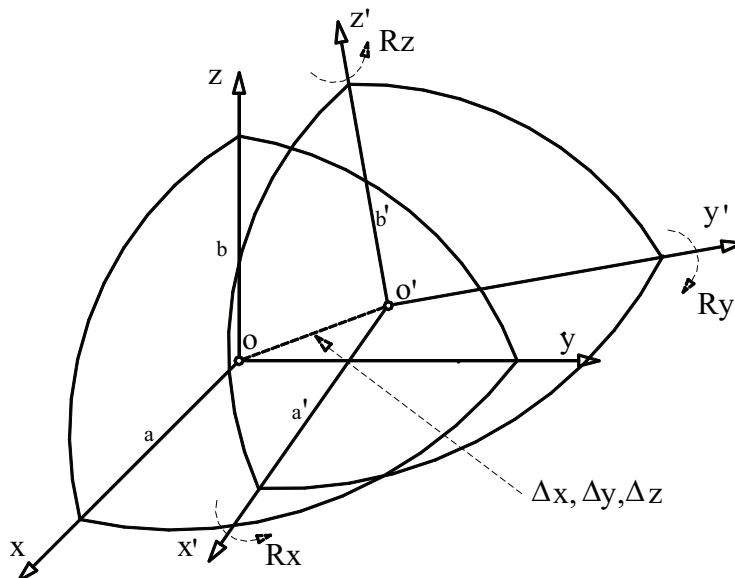
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$  : son las componentes del desplazamiento del origen

$R_x, R_y, R_z$ : son las rotaciones de los ejes

$k$ : es el factor de escala

La expresión (II-1) es válida para  $R_x, R_y$ , y  $R_z$  pequeños, los que están expresados en radianes.

En junio de 1996, *C. Brunini, J. Olondriz y R. Rodríguez*, en su trabajo *Determinación de parámetros de transformación entre los sistemas de Campo Inchauspe 1969 y WGS84 en Argentina*, determinaron nuevos parámetros utilizando 50 puntos con coordenadas conocidas en ambos marcos. Se calcularon los parámetros considerando sólo las tres componentes del desplazamiento del origen; se realizó también el cálculo adicionando el factor de escala y las rotaciones de los ejes (Figura 12) y finalmente se determinaron los coeficientes correspondientes a las fórmulas de regresión múltiple para la latitud y longitud (bidimensional).



**Figura 12**

Los autores mencionados determinaron además, a través del ajuste correspondiente, la desviación estándar de los residuos correspondientes a las coordenadas horizontales.

Respecto de la determinación de estos parámetros es importante recordar que en el marco CAI69 no se dispone de alturas elipsóidicas, es decir, tiene carácter bidimensional. Si además se tienen en cuenta los errores propios de cada marco se puede decir que para la coordenada  $h$ , la transformación, sólo permite obtener un valor aproximado cuyo error sería difícil precisar.

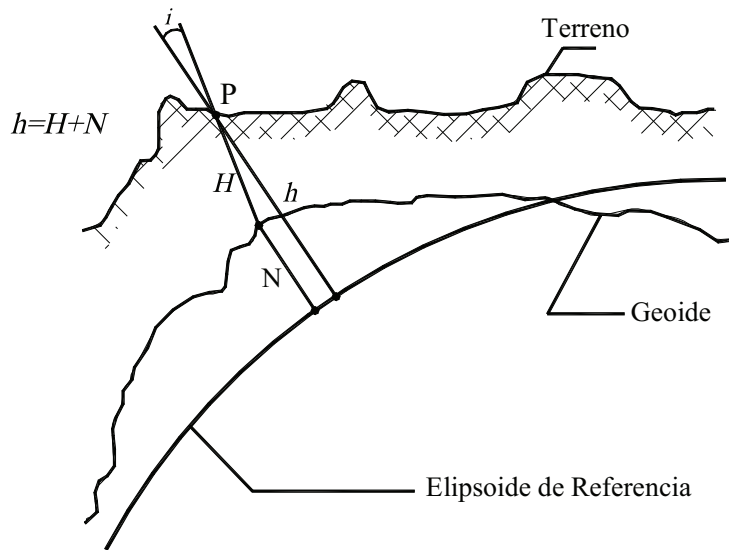
## 2.8 Elipsoide equipotencial

Así como se define un elipsoide de revolución como superficie de referencia geométrica, para modelizar el campo de gravedad externo de la Tierra, la geodesia adopta el mismo elipsoide al cual le asigna la masa total y la velocidad angular de la Tierra requiriéndose además que la superficie del elipsoide sea una superficie equipotencial de su propio campo de gravedad. Al campo de gravedad generado por este modelo se lo denomina *campo de gravedad normal*. De acuerdo al Teorema de Stokes-Poincaré, el campo de gravedad normal queda unívocamente determinado en el espacio exterior del elipsoide.

## 2.9 Modelos de geoide

### *¿Nivelando con GPS?*

En la práctica la expresión  $h = H + N$  (Figura 13) se puede considerar como válida ya que el desvío de la vertical ( $i$ ) es un valor muy pequeño (nunca se encontró un valor que supere los 30"). Como se verá en el Capítulo III, con GPS se pueden determinar las coordenadas cartesianas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  de un punto, luego aplicando las fórmulas de conversión correspondientes se podrán calcular inmediatamente las coordenadas geodésicas  $B$ ,  $L$  y  $h$ . Posteriormente se podrá calcular la cota ortométrica  $H$  (la que interesa en nivelación) si el valor de  $N$  en ese punto es conocido, donde  $N$  representa la distancia geoide-elipsoide denominada ondulación del geoide.



**Figura 13**

Si se trata de determinar la dirección del escurrimiento del agua entre dos puntos es necesario determinar la diferencia de alturas ortométricas (en primera aproximación, ya que solo las cotas dinámicas poseen esta propiedad). Más precisamente, podremos decir que si se consideran los puntos P y Q, resulta:

$$\begin{aligned} h_Q &= H_Q + N_Q \\ h_P &= H_P + N_P \end{aligned}$$

$$\mathbf{H_Q - H_P = (h_Q - h_P) - (N_Q - N_P)}$$

es decir, que la diferencia de nivel será igual a la diferencia de altura elipsoidal sólo si la diferencia de ondulación es nula, de lo contrario habrá que conocer la diferencia de ondulación.

Cabe señalar que en la práctica existen múltiples aplicaciones, fundamentalmente las de orden topográfico, en las cuales, bajo determinadas condiciones resulta válido desprestigiar la diferencia de ondulación.

El problema inverso consistirá en determinar ondulaciones en

puntos discretos de una región que permitan inferir (por interpolación) la ondulación en cualquier punto. Es lo que se llama **Modelo de geoide**.

Una forma de modelizar el geoide consiste en determinar  $h$  sobre puntos de cota ortométrica conocida o recíprocamente nivelar entre puntos de altitud elipsóidica conocidas, entonces se podrán determinar diferencias de ondulación con:

$$N_Q - N_P = (h_Q - h_P) - (H_Q + H_P)$$

En la República Argentina se han elaborado modelos de geoide regionales en base a mediciones realizadas con GPS sobre puntos de nivelación. Estos trabajos permitirían obtener valores de ondulaciones, con precisiones centimétricas, como es el caso de modelos obtenidos para la Provincia de Buenos Aires (*Perdomo R. y otros. Nuevos avances en la determinación de un modelo de transformación de alturas para la provincia de Buenos Aires. A.A.G.G. 2002*).

Existen también modelos globales de geoide como OSU91 de la Universidad de Ohio y EGM96 (Nasa GSFC y DMA) que permiten calcular las ondulaciones del geoide desde un desarrollo en armónicos esféricos del potencial gravitacional terrestre. Estos modelos, aunque carecen de resolución suficiente para muchas aplicaciones resultan útiles como referencia para modelos regionales.

## 2.10 Representación Plana

### 2.10.1 Fundamentos. Ecuaciones de representación

Como ya se vio en el desarrollo de los capítulos precedentes las coordenadas geodésicas  $B$ ,  $L$  y  $h$ , es decir la latitud, longitud y altura elipsóidicas respectivamente, determinan unívocamente la posición espacial de puntos respecto de un elipsoide de revolución tomado como superficie geodésica de referencia. Aunque la utilización de este tipo de coordenadas resulta de gran utilidad en geodesia, su uso resulta incómodo para emplearlo en determinadas aplicaciones.

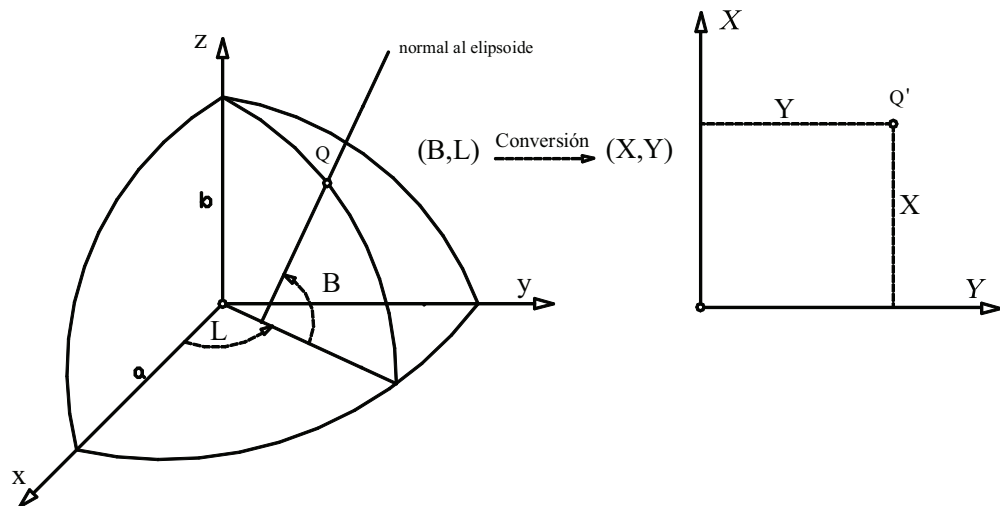
En efecto, teniendo en cuenta que las coordenadas horizontales  $B$

y  $L$  de los puntos se expresan en unidades angulares (grados, minutos y segundos de latitud y longitud), cuando se pretende determinar distancias entre puntos o direcciones definidas por éstos, se presentan inconvenientes tales como que el valor lineal equivalente a las unidades angulares mencionadas depende de la posición del punto, o que las direcciones de los meridianos no son paralelas.

Se tiene entonces que aun para pequeñas extensiones los cálculos que se realizan a partir de coordenadas geodésicas requieren, en muchos casos, la intervención de un profesional con conocimientos especializados en cálculo geodésico. En algunas aplicaciones los cálculos pueden realizarse con software existente.

Resulta particularmente útil, mediante una adecuada transformación, reemplazar las coordenadas elipsóidicas  $B$  y  $L$  por coordenadas planas rectangulares con las consecuentes ventajas que ello implica.

La transformación anterior implica definir la relación analítica entre las coordenadas geodésicas horizontales ( $B$ ,  $L$ ) del punto genérico  $Q$  y las correspondientes ( $X$ ,  $Y$ ) de su imagen en el plano, es decir,  $Q'$  (Figura 14).



**Figura 14**

Estas relaciones analíticas están expresadas genéricamente en las siguientes ecuaciones:

$$X = f_1 (B, L, a, b)$$

$$Y = f_2 (B, L, a, b)$$

donde :

B, L: son las coordenadas geodésicas que determinan la posición de un punto sobre el elipsoide

X, Y: son las coordenadas rectangulares que determinan la posición del punto imagen sobre el plano

a : semieje mayor del elipsoide terrestre

b : semieje menor del elipsoide terrestre.

Definir el tipo de representación es encontrar las funciones  $f_1$  y  $f_2$  en base a determinadas condiciones que se imponen a priori. Existen numerosos autores que desarrollan minuciosamente este tema usando como criterio general minimizar la distorsión entre las figuras en la superficie origen y su representación plana.

### **2.10.2 Representación conforme. Deformaciones**

Si al elemento de arco  $ds$  de la curva  $C$  de la superficie  $S$ , le corresponde en el plano un elemento de arco  $ds'$  de la curva imagen  $C'$ , a la razón

$$m = \frac{ds'}{ds}$$

se la denomina coeficiente de deformación lineal.

La representación plana de la superficie  $S$  se llama conforme si la deformación lineal  $m$  sólo depende de la posición del punto  $P$ , pero fijado éste, es la misma para todas las direcciones. El resultado de esa condición de conformidad es que un ángulo sobre la superficie es preservado en el plano, es decir, la representación es isogonal.

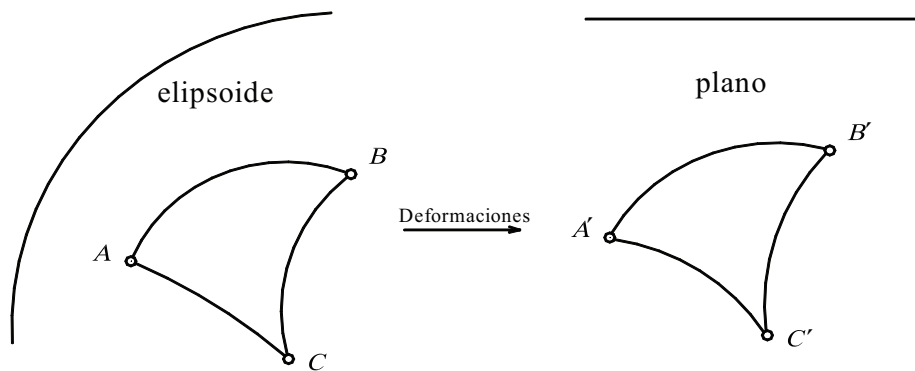
Dos superficies se llaman isométricas si puede establecerse entre sus puntos una correspondencia biunívoca que conserve las longitudes, es decir:

$$ds' = ds$$

o sea  $m = 1$

Planteado el problema en términos matemáticos se demuestra que en general será imposible encontrar dos funciones que cumplan simultáneamente con las condiciones de conformidad e isometría, salvo que la superficie a representar verifique condiciones especiales. Se puede demostrar que la condición necesaria que debe cumplir la superficie, para que su representación plana sea conforme e isométrica es que sea *desarrollable*.

Debido a que el elipsoide de revolución no es una superficie desarrollable, las figuras planas serán siempre heteromorfas de las correspondientes figuras que representan, es decir, que al pasar de la superficie de referencia al plano la deformación es inevitable (Figura 15).



**Figura 15**

Con la finalidad de realizar este tipo de transformaciones se han desarrollado múltiples sistemas de representación (proyecciones). En geodesia se utilizan representaciones conformes. Cabe señalar que una de las características, que justifica el uso de este tipo de proyecciones es que

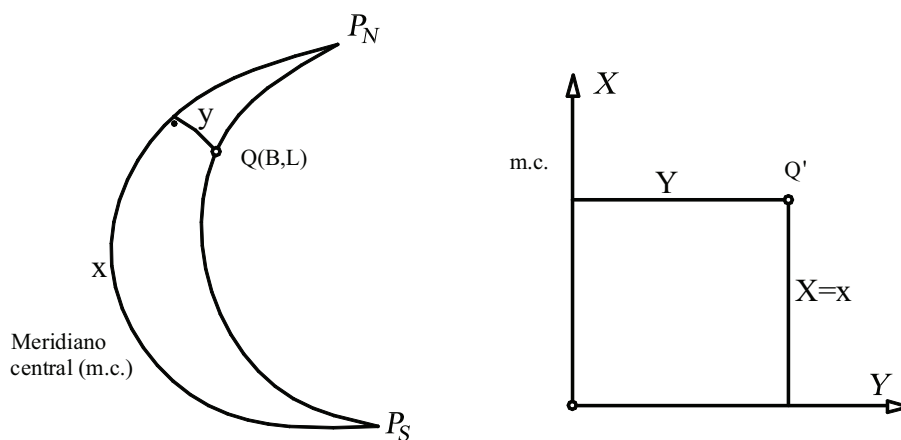
para una figura de extensión limitada, su representación plana resulta semejante.

En general se puede decir que el tipo de proyección a utilizar depende de las características del área a representar. Por ejemplo en territorios extendidos preferentemente en la dirección N-S como la República Argentina, son adecuadas las proyecciones cilíndricas transversales. En ellas se utiliza como superficie intermedia un cilindro tangente a la superficie de referencia terrestre a lo largo de un meridiano llamado meridiano de tangencia o meridiano central.

Si se considera que el aplastamiento de la elipse es nulo, los meridianos serán circulares y estaremos en el caso de la proyección cilíndrica transversal de Lambert, cuyo desarrollo es particularmente sencillo. En geodesia el cilindro será elíptico ya que los meridianos también lo son.

Como ejemplo se brindan algunos detalles sobre el tipo de representación utilizada en la República Argentina. En este país se adoptó en el año 1925 la proyección conforme Gauss Krüger (cilíndrica transversal conforme) como sistema de representación plano.

Fijado un meridiano central (meridiano de tangencia), las abscisas se miden sobre el meridiano central desde el polo sur hasta el pie de la proyección ortogonal del punto. Las ordenadas se miden desde el meridiano de tangencia creciendo de Oeste a Este (Figura 16).



**Figura 16**

Además de la condición de conformidad, se establece que los puntos del meridiano central sean representados sin deformación, es decir, que cada elemento del eje de las abscisas en el plano es igual al arco elíptico del meridiano que representa.

Las deformaciones lineales crecen rápidamente con la distancia al meridiano central, por lo que representar los puntos de toda una superficie elipsóidica muy extendida en dirección E-O no es aconsejable, ya que las deformaciones (aunque calculables) serían demasiado grandes y esto distorsionaría apreciablemente las figuras. En este sentido, y con la finalidad de limitar las deformaciones, es recomendable la división de la superficie en zonas, que tendrán una representación plana independiente una de otra.

Como resultado de lo anteriormente mencionado el territorio de la República Argentina se divide en 7 fajas meridianas de 3° de ancho cada una, con meridianos centrales en las longitudes 72°, 69°, 66°, 63°, 60°, 57°, 54° al oeste de Greenwich.

Para distinguir por sus ordenadas cada una de las fajas, empleando además sólo números positivos se asignan a los meridianos centrales las siguientes ordenadas.

Al meridiano 72° de la 1ª faja, la ordenada 1.500.000 metros  
Al meridiano 69° de la 2ª faja, la ordenada 2.500.000 metros  
Al meridiano 66° de la 3ª faja, la ordenada 3.500.000 metros  
Al meridiano 63° de la 4ª faja, la ordenada 4.500.000 metros  
Al meridiano 60° de la 5ª faja, la ordenada 5.500.000 metros  
Al meridiano 57° de la 6ª faja, la ordenada 6.500.000 metros  
Al meridiano 54° de la 7ª faja, la ordenada 7.500.000 metros

Debe tenerse en cuenta que en la representación plana de una región con más de una faja meridiana se pierde la continuidad espacial por lo que carece de sentido integrar puntos cuyas coordenadas planas fueron calculadas con distintos meridianos centrales. En estos casos, será necesario recalcular las coordenadas proyectivas de los puntos mencionados utilizando un único meridiano central.

Téngase en cuenta que las coordenadas Gauss Krüger de un punto estarán siempre asociadas a un marco de referencia geodésico ya que son función de las coordenadas B y L del punto que dependerán del marco de referencia en el que están expresadas.

## La obtención de coordenadas

### 3.1 El problema de la pirámide

Para determinar la posición de un punto en el espacio, es suficiente conocer las distancias a tres puntos de coordenadas conocidas. Se trata de una intersección espacial inversa. Es un problema geométrico relativamente simple, más allá de las dificultades que su cálculo suponga. Se trata, en definitiva de una pirámide de base triangular.

En la Figura 1, las letras S indican la posición de los satélites y la letra P la del punto cuyas coordenadas se quiere conocer, es decir la ubicación del receptor GPS.

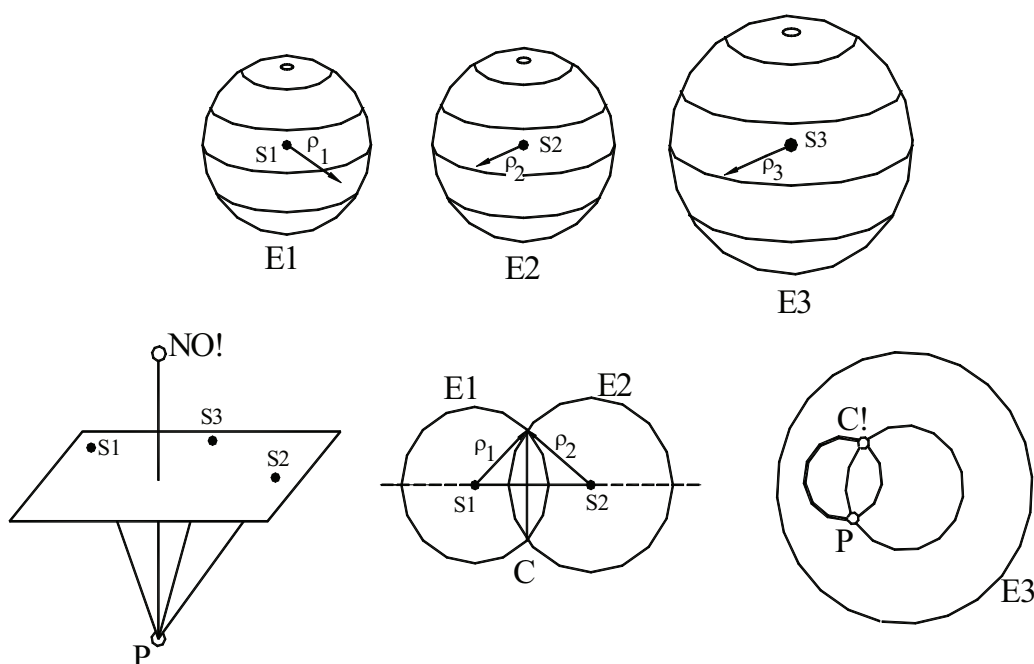


Figura 1

Desde el punto de vista geométrico el problema tiene dos soluciones, pero es fácil elegir la correcta, puesto que la otra está ubicada a unos 40.000 km. de la superficie terrestre.

El punto P se corresponde con la intersección entre las tres esferas que tienen por radios, respectivamente, las distancias  $PS_1$ ;  $PS_2$  y  $PS_3$ .

### **3.1.1 Posicionamiento mediante código C/A**

Cuando se diseñó GPS se estableció que el código C/A (código de adquisición común) fuera de libre adquisición, es decir no reservado para uso militar.

El problema a resolver es MEDIR LAS DISTANCIAS entre satélites y receptor. Para ello vamos a utilizar el llamado código C/A.

Recordemos el método aplicado en los distanciómetros electrónicos: el aparato emite una onda homogénea de frecuencia conocida, la cual se refleja en un prisma colocado en el otro extremo del segmento a medir; el rebote es recibido por el aparato, el cual mide el desfase, lo convierte en tiempo y por lo tanto en distancia equivalente. Dejamos de lado aspectos particulares de la distanciometría electrónica que no vienen al caso.

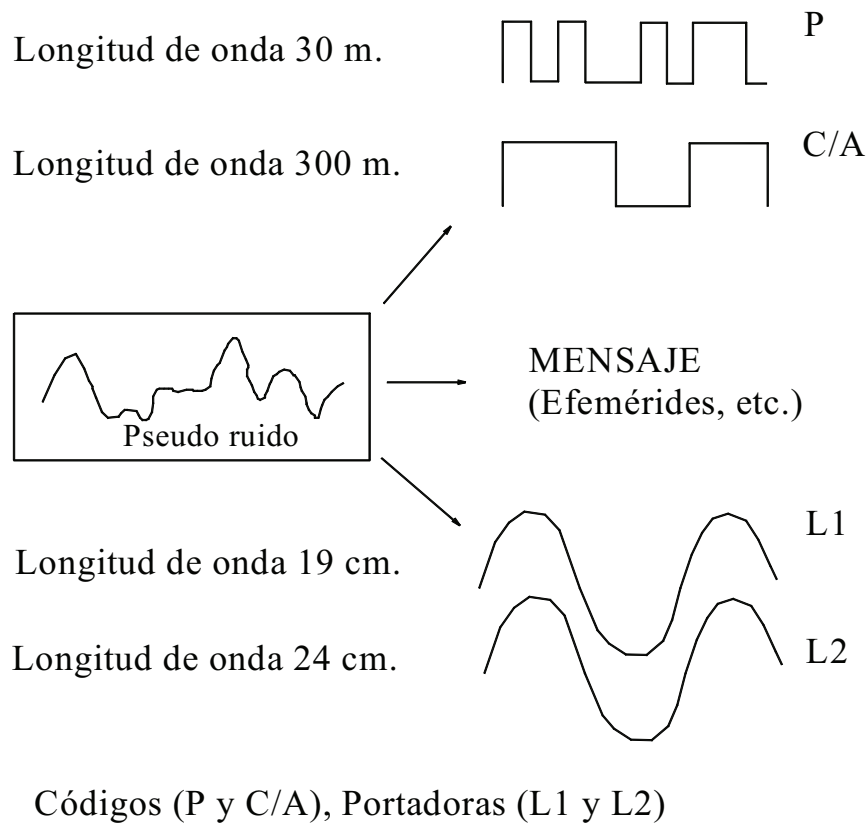
En GPS la medición es de vía única, es decir no hay reflexión. Debe medirse el tiempo necesario para que la señal recorra la distancia satélite - receptor. Puesto que se trata de medir tiempos es necesario contar con “relojes” adecuados tanto en los satélites como en el receptor.

En realidad son instrumentos que distan mucho de la noción usual de reloj. Se trata de osciladores de frecuencias muy estables capaces de señalar medidas de tiempo del orden de  $10^{-13}$  segundos (o  $10^{-14}$ ) en los satélites y  $10^{-8}$  segundos en los receptores.

### **3.1.2 La señal del satélite**

Hay una frecuencia fundamental, generada por el oscilador del satélite, de ella se derivan todas las demás frecuencias que el satélite utiliza para emitir. Se emiten dos ondas portadoras, llamadas L1 y L2 ; sobre una de ellas, L1, se monta la modulación correspondiente al código C/A.

En la Figura 2 se intenta esquematizar, de alguna manera, el tipo de señal que emiten los satélites y los componentes de la misma.



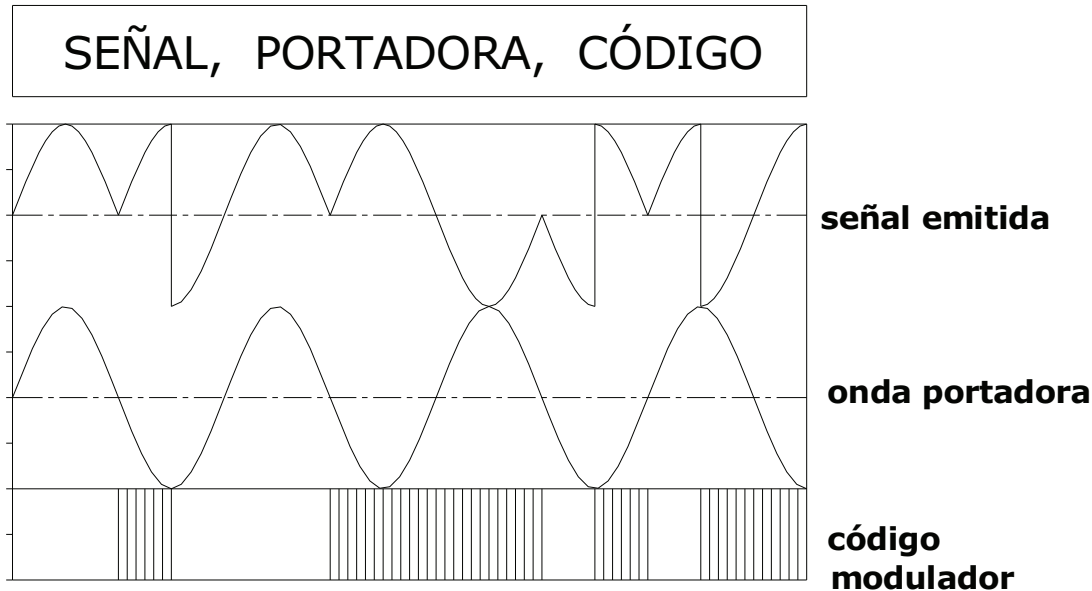
**Figura 2**

Por ahora nos remitiremos casi exclusivamente al CÓDIGO C/A como medio para efectuar la medición de las distancias que nos interesan.

Supongamos un satélite en particular:

Al código lo podemos imaginar como una serie de ceros y unos, o bien de (+1) y (-1), en un cierto orden. Al multiplicar la onda portadora por el código, aquella no se altera cuando se encuentra con los (+1), pero se invierte donde aparecen los (-1). Todo ello da como resultado una onda deformada, un pseudo ruido aparentemente aleatorio, que es lo que llega al receptor.

Lo que graficamos en la Figura 3 es un croquis totalmente fuera de escala, sólo válido con fines didácticos. La “señal emitida” es el resultado de multiplicar a la “onda portadora” por el “código”.



**Figura 3**

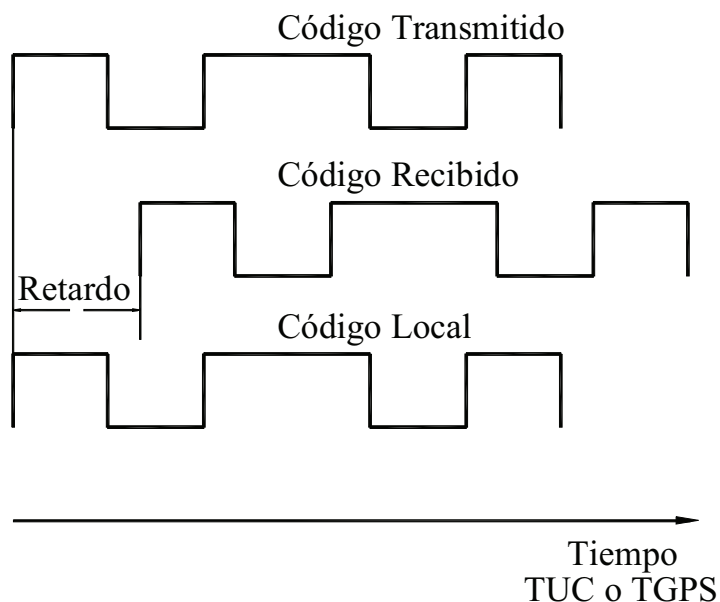
- cada satélite cuenta con un código C/A diferente, lo que genera una modulación específica de la señal, propia y exclusiva de ese satélite
- de tal modo se obtiene un PRN (ruido seudo aleatorio) distintivo de ese satélite
- si queremos hacer una analogía gráfica podríamos decir que es un “dibujo” característico de ese satélite.

Pero además, ese “dibujo”, va asociado al tiempo; se repite cada milisegundo y le corresponde un instante determinado para comenzar cada repetición; ese instante no puede ser cualquiera, debe ser común a todo el sistema.

### **3.1.3 Medición de la distancia**

Cada receptor tiene almacenadas en su memoria las réplicas de todos los PRN. Así cuando recibe la emisión satelital puede efectuar el reconocimiento del satélite correspondiente. A continuación, procesando la señal, recupera el código con el que fue modulada y, a la vez, genera inte-

riormente una réplica del código recibido, pero obviamente desfasado, puesto que el recibido debió “viajar” por el espacio, siendo recibido con un “retardo” (Figura 4).



Retardo = Range (distancia)

Incógnitas: x y z (Coordenadas de la antena)

**Figura 4**

La operación siguiente consiste en correlacionar los códigos (recibido y autogenerado o “local”), lo que permite medir el tiempo y por lo tanto la distancia (considerando conocida la velocidad de la luz en el espacio).

### 3.1.4 Relación entre código C/A, tiempo y distancia

- código completo    1 milisegundo =  $10^{-3}$  segundos    ~ 300.000 m
- un elemento (\*)    1 microsegundo =  $10^{-6}$  segundos    ~ 300 m
- apreciación (\*\*) 10 nanosegundos =  $10^{-8}$  segundos    ~ 3 m

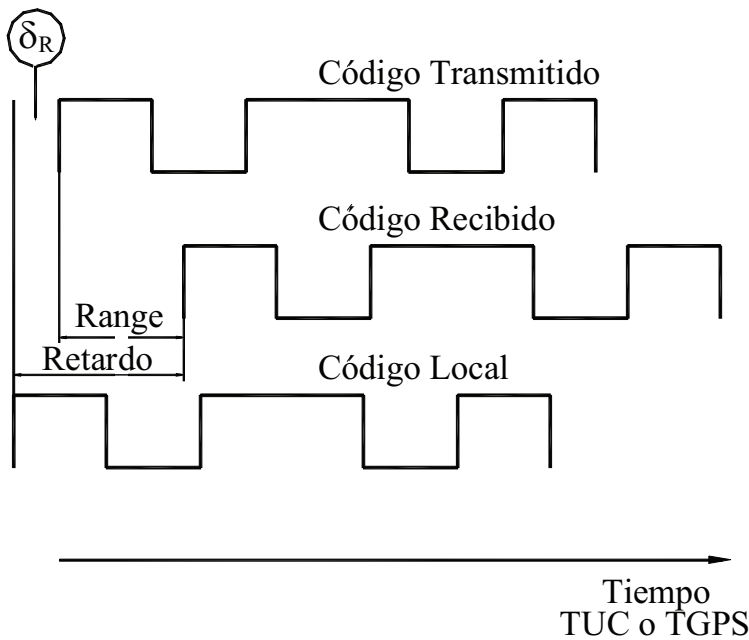
(\*) es la milésima parte del código completo

(\*\*) en la correlación entre el código recibido y el código local, se puede apreciar una centésima parte de un elemento

Pero se miden **SEUDODISTANCIAS**

Y ello es lógico porque la sincronización de los relojes (el del satélite y el del receptor) no puede ser perfecta. Para comprenderlo bastaría tan sólo tener en cuenta la diferencia existente entre la precisión que caracteriza al reloj del satélite y la del reloj del receptor.

La consecuencia es que la distancia observada no es la real, sino un valor próximo que difiere en una longitud  $\delta_d = c \cdot (-\delta_R)$  (donde  $c =$  velocidad de la luz).(Figura 5)



$$\text{Retardo} = \text{Range} + \text{Error de reloj}$$

Incógnitas:  $x$  y  $z$  (Coordenadas de la antena)  
 $\delta_R$  Error del reloj del receptor

**Figura 5**

Surge así una incógnita imprevista:  $\delta_R$  es una incógnita que representa el error del reloj del receptor respecto al sistema de tiempo GPS.

¿Cuál es la solución a este inconveniente? Muy sencilla, como todas las soluciones geniales. El propio sistema nos la brinda.

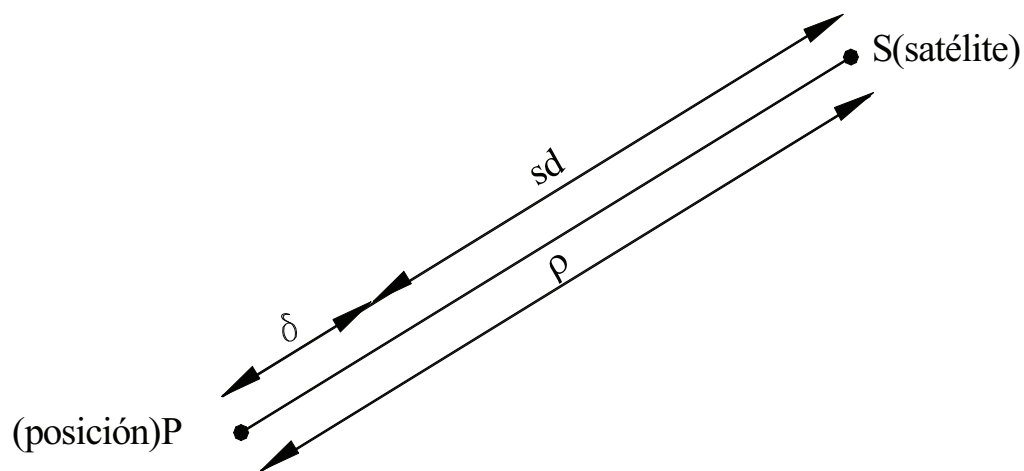
$$\text{Hay 4 incógnitas} \left| \begin{array}{l} 3 \text{ de posición } (x_p, y_p, z_p) \\ 1 \text{ de reloj } (\delta_R) \end{array} \right.$$

Se resuelve observando 4 satélites en vez de 3 y resolviendo un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas. Eso simplifica enormemente las cosas porque permite utilizar en los receptores osciladores menos precisos que los de los satélites y obviamente con muchísimo menor costo.

Como vemos es el propio sistema el que controla, y corrige, el estado de los relojes de los receptores.

### 3.2 Ecuaciones de observación

De la Figura 6 surge inmediatamente la ecuación posterior



**Figura 6**

Coordenadas de S (satélite):  $x_s, y_s, z_s$

Coordenadas de P (posición)  $x_p, y_p, z_p$

$$\rho^2 = (x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 + (z_s - z_p)^2$$

donde  $\rho = sd + \delta_d$  y  $\delta_d = c \cdot (-\delta_R)$  (donde  $c =$  velocidad de la luz)

$$(sd + \delta_d)^2 = (x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 + (z_s - z_p)^2 \quad (\text{III-1})$$

tendremos una ecuación de este tipo por cada satélite observado.

Para efectuar el cálculo debe efectuarse cierta manipulación de esa ecuación, cuestión que no pretendemos desarrollar aquí; basta con saber que es posible calcular  $(x_p, y_p, z_p, \delta_d)$ , lo que constituye la solución del sistema de ecuaciones antes mencionado

- Observación:

*Para trabajar en 3 dimensiones* (basta con) sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas

*Para trabajar en 2 dimensiones* (basta con) sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas

En ocasiones puede ser conveniente trabajar en dos dimensiones, por ejemplo en casos que se tiene un valor aproximado de la altura o cuando existen dificultades para observar 4 satélites (arboleda, edificios, etc.). En tales condiciones con sólo 3 satélites se puede obtener un buen posicionamiento horizontal, es decir latitud y longitud.

Probablemente vale la pena recordar que cuando hablamos de altura, nos estamos refiriendo a la que corresponde sobre el geoide (H) o sobre el elipsoide (h). Recordemos que la coordenada geocéntrica Z no indica altura.

### 3.3 Precisión del posicionamiento

Analicemos la ecuación (III-1)

$$(sd + \delta_d)^2 = (x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 + (z_s - z_p)^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \delta_d \\ x_p \\ y_p \\ z_p \end{array} \right] \text{incógnitas} \quad \left. \begin{array}{l} x_s \\ y_s \\ z_s \end{array} \right] \text{datos} \quad sd \text{] observación}$$

Si tenemos en cuenta que:

a) la distancia que observa el aparato es en realidad la pseudodistancia, pero afectada por una serie de errores (cuyas causas se analizarán de inmediato)

pseudodistancia = distancia observada menos una sumatoria de errores

$$sd = d_{obs} - \Sigma e$$

b) los datos que tenemos sobre las coordenadas de los satélites (a través de las efemérides) también están afectados por errores, puesto que las órbitas surgen de mediciones y extrapolaciones.

$$x_s = x_{st} - e_{xs} \quad \text{donde } x_{st} \text{ significa coordenada transmitida}$$

y  $e_{xs}$  el error de la misma

reemplazando en (III-1), podemos expresar

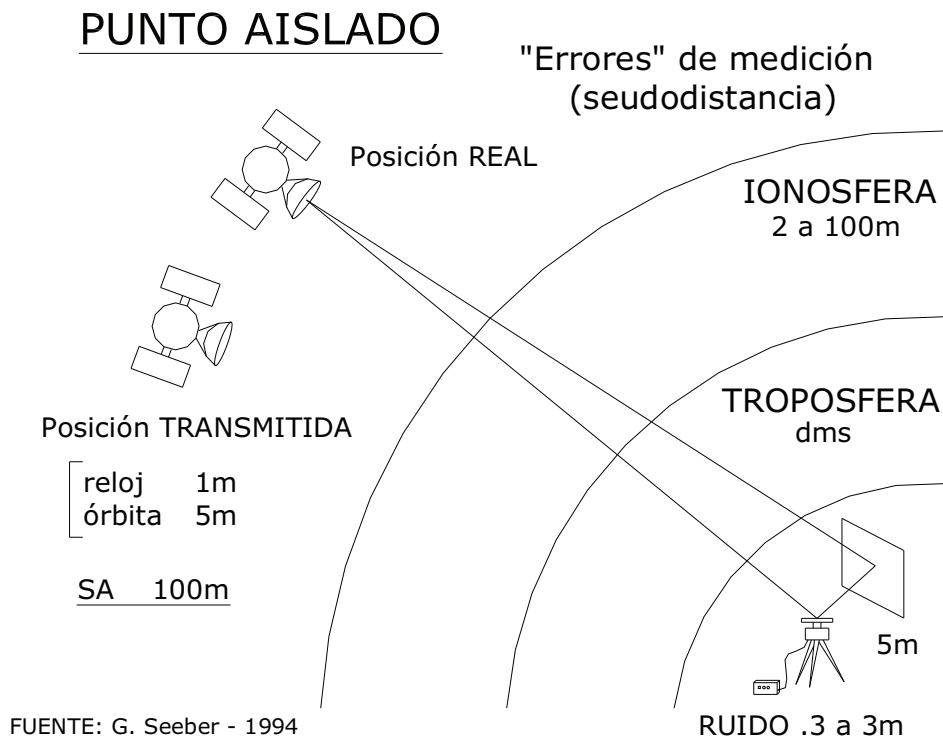
$$(d_{obs} - \Sigma e + \delta_d)^2 = (x_{st} - e_{xs} - x_p)^2 + (y_{st} - e_{ys} - y_p)^2 + (z_{st} - e_{zs} - z_p)^2 \quad \text{(III-2)}$$

### 3.3.1 Consideración de los errores

En primer lugar debe distinguirse claramente entre los errores propios de la medición y las equivocaciones o errores groseros. Estos últimos no dependen de la técnica o el instrumental de medición; son producto de la impericia, el cansancio, o incluso de una acción intencional.

Ahora bien, entre los errores de medición, debemos separar por un lado a los llamados *sistemáticos*, cuya causa responde a alguna ley física más o menos conocida, y los llamados *accidentales*, inevitables en toda medición, cuyo comportamiento ha sido caracterizado mediante la famosa campana de Gauss.

Vamos a intentar una esquematización de las principales causas de error en GPS y mencionar algún criterio de tratamiento de los mismos, reduciéndonos exclusivamente a la medición con código C/A. En la Figura 7 tenemos una idea aproximada de la magnitud que el error puede llegar a alcanzar en cada caso.



Nota: en 1994, G. Seeber señalaba la "disponibilidad selectiva" (S.A.), hoy inexistente, como principal causa de error en aquel entonces.

**Figura 7**

### 3.3.2 Errores sistemáticos

a) *efemérides y reloj de satélite*: su influencia no es demasiado significativa para código C/A. En otros métodos de medición se mejoran

los resultados utilizando “las efemérides precisas”, es decir coordenadas de los satélites calculadas a posteriori con mayor precisión.

b) *influencia de la atmósfera*: es una fuente de error muy importante; con un solo receptor es inevitable, no obstante existen métodos, que abordaremos más adelante, que reducen notoriamente su influencia.

c) *ondas reflejadas o “multicamino”*: las ondas reflejadas, llamadas también “efecto multipath”, se controlan tratando de evitar, en lo posible, el estacionamiento del receptor próximo a superficies reflectantes.

### **3.3.3 Errores accidentales**

En este caso surgen al medir mediante la técnica de correlación de los códigos. El “ruido” propio de la medición es aquella medida por debajo de la cual el instrumental no puede efectuar determinaciones certeras, es decir expresa la incertidumbre propia de la medición.

Su tratamiento responde a los cánones clásicos; apelar a la “sobrecarga” de observaciones y a la búsqueda del “valor más probable”, mediante el cálculo llamado de compensaciones o ajustes.

La suma de (si se permite la expresión) “electrónica + informática”, facilita efectuar y acumular un gran número de observaciones. Ello explica la conveniencia de prolongar la medición por cierto lapso de tiempo a los efectos de mejorar la precisión.

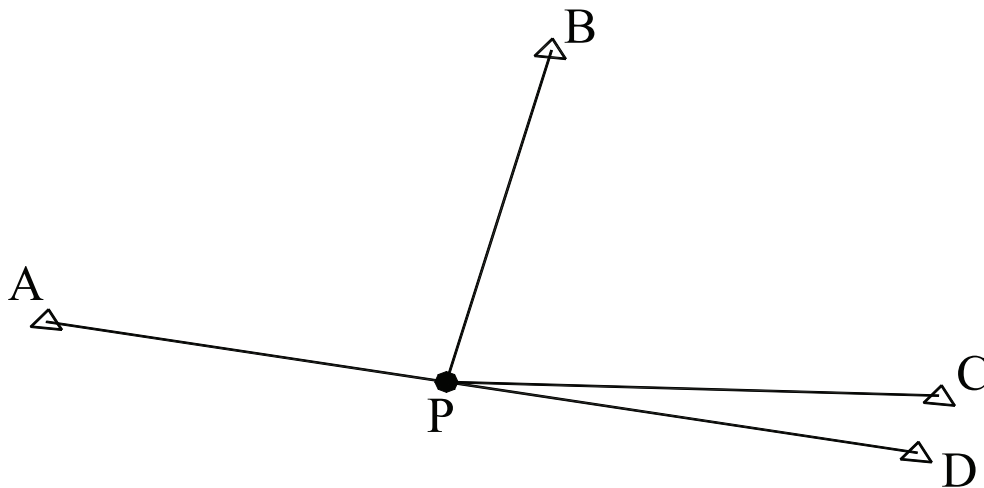
Veremos que ese lapso de tiempo se justifica también por otras consideraciones.

## **3.4 Factor de configuración**

Recordemos que estamos tratando una intersección espacial. La precisión de la misma depende tanto de la calidad de la medición como también de la configuración del sistema.

Veamos un ejemplo en intersección plana desde dos puntos. Midiendo las distancias a dos referencias (puntos de coordenadas conocidas), podemos calcular la posición del punto P en el plano.

A, B, C y D son puntos de coordenadas conocidas



**Figura 8**

Pares de puntos a utilizar como referencias:

Convenientes	Inconvenientes
B y C	A y D
A y B	A y C
B y D	C y D

Es fácil ver, intuitivamente, que según sea el par de puntos elegidos para referenciar la intersección, obtendremos resultados de diferente precisión. Es evidente que cuando los puntos de referencia están muy próximos entre sí (en el ejemplo C y D) se obtiene una intersección en P poco confiable; algo similar pasa cuando las referencias adoptadas están ubicadas aproximadamente en una misma alineación con el punto P (en el ejemplo A y C o A y D).

En GPS, para efectuar la intersección espacial que nos brinda las coordenadas de la antena del receptor, nos apoyamos en un grupo de satélites (en general 4 como mínimo), lo que llamamos “la constelación”. Esos satélites

están distribuidos en el espacio, en el momento de la medición, de una determinada forma, que es lo que llamamos “la configuración”.

Si apelamos a la analogía con las mediciones terrestres, los satélites juegan el papel tradicionalmente desempeñado por los “puntos fijos”, lo que resulta paradójico, pues si algo caracteriza a los satélites es su movilidad permanente, es decir la incesante e instantánea variación de sus coordenadas.

Pero eso explica por qué es conveniente prolongar las observaciones durante cierto tiempo. De ese modo, manteniendo la constelación, cambia la configuración, es decir no estamos tan solamente reiterando la medición anterior, sino efectuando una medición distinta, con “otros puntos fijos”, lo cual es muy importante para mejorar la precisión de los resultados.

En GPS la influencia de la configuración se expresa matemáticamente mediante un factor, del siguiente modo:

$$\sigma_p = \sigma_d \cdot \text{DOP}$$

donde  $\sigma_p$  : desvío standard en la posición obtenida  
 $\sigma_d$  : desvío standard en la medición de las distancias  
DOP : factor de dilución de la precisión

El software disponible en todo equipamiento GPS, permite calcular rápidamente el factor de dilución una vez fijada la configuración. Esto vale tanto para programar una medición, es decir determinar a priori, con gran aproximación, cuál será el factor de dilución, como vale para las mediciones ya realizadas, donde ese factor surge de los propios datos de medición.

En el caso que fuera necesario, la influencia del factor de configuración se puede expresar mediante lo que serían sus componentes, así es posible obtener:

HDOP para estimar el error en el posicionamiento horizontal

VDOP para estimar el error en el posicionamiento vertical

PDOP para estimar el error en el posicionamiento tridimensional

Se utiliza el PDOP para validar las constelaciones, es decir aceptar o no la medición efectuada o a efectuarse en esas condiciones, para lo cual se establecen máximos admisibles o valores de tolerancia.

Es bastante conocido que en GPS se obtiene siempre menor precisión en vertical que en horizontal (la relación es del orden de 1,5 ó 2).

Ello se explica justamente por el factor de configuración, puesto que es imposible obtener una adecuada configuración para la altura.

Mientras tengamos la Tierra debajo de nosotros es imposible observar satélites que están “abajo”, por lo que debemos conformarnos con “los de arriba”.

Dado que pueden presentarse situaciones, no muy comunes pero posibles, en que la “visibilidad” de satélites sea muy restringida, habrá que cerciorarse que el PDOP sea aceptable. De lo contrario debe programarse la medición para el día y hora en que ello se produzca.

**“En definitiva, se puede obtener una precisión del orden de los 15 metros, con un solo receptor, efectuando una sola observación, con resultado instantáneo y en el 95% de los casos”.**

## **3.5 Otros sistemas de posicionamiento satelital**

### **3.5.1 Sistema GLONASS**

*(información extractada de: M. Holanda y J. Bermejo, G.P.S. y GLONASS, Madrid, 1998 - Actualizada a noviembre de 2004 – ITAR-TASS Agency reports)*

El sistema ruso GLONASS fue desarrollado desde principios de los años 70 por el entonces Ministerio de Defensa Soviético. Es similar en muchos aspectos al GPS , también presenta diferencias.

Los planes de GLONASS permiten proporcionar dos servicios: el CSA (Channel of Standard Accuracy) disponible para uso civil, y el CHA (Channel of High Accuracy) para usos autorizados.

El GLONASS CSA fue aceptado desde 1996 por la Organización Internacional de Aviación Civil.

### ***3.5.2 Descripción y constitución de GLONASS***

Sector de control: la central se encuentra en Moscú y tiene una red de estaciones de seguimiento y control ubicadas en todo el territorio ruso. Las mismas, como en GPS, deben seguir y vigilar el estado de los satélites, determinar efemérides y errores de los relojes.

GLONASS proporciona a los usuarios civiles una precisión, en tiempo real y posicionamiento absoluto, midiendo con código, de unos 60 metros en horizontal y 75 metros en vertical (99,7% de los casos) según el gobierno de la Federación Rusa, no estando prevista ninguna degradación intencional.

Sector espacial: tiene semejanzas con el de GPS. Cuando se complete estará compuesto por una constelación de 24 satélites ubicados en tres planos orbitales inclinados aproximadamente  $65^\circ$  respecto del Ecuador. Cada plano contendrá 8 satélites, a unos 19.100 Km de altura, asegurando una cobertura de adecuada geometría, con 5 satélites como mínimo, en cualquier instante y lugar de la Tierra.

El primer satélite fue lanzado en 1982. A diferencia de GPS todos los satélites transmiten el mismo código, pero se diferencian en la frecuencia de la portadora.

La información de las efemérides no reúne las condiciones adecuadas para los trabajos de gran precisión. Esto y la cantidad de satélites, es la principal limitación de este sistema respecto a GPS.

Sector usuario: los receptores tienen características similares a los de GPS. En el mercado existen marcas y modelos con capacidad de recibir señales de ambos sistemas. Así el usuario podrá tener acceso a un sistema

combinado con mayor cantidad de satélites. Para ello es necesario conocer sus posiciones en el mismo sistema de referencia y establecer la relación entre las dos escalas de tiempo.

Datum PZ90: el Datum Geodésico Parametry Zemli 1990 (o PZ90) es el sistema de referencia terrestre adoptado por GLONASS. Hay diferencias en el origen, en la orientación de los ejes y en la escala respecto al WGS84.

La red de estaciones existentes en diversos países permite obtener los parámetros de transformación del sistema de referencia PZ90 al sistema WGS84.

Hasta el año 2004, el estado de la constelación GLONASS, no se ha modificado, es decir, tiene operativos 10 satélites en órbita, de los 24 previstos.

A esa fecha el sistema era operado y gestionado por las Fuerzas Espaciales Rusas dependientes del ministerio de Defensa. Posee un nivel de precisión de acceso abierto y una mejor precisión pero de uso restringido, tal como sucede en el sistema norteamericano.

Durante su vida operativa se han lanzado 77 satélites, aunque, desde 1995 hasta la fecha, el programa ha sufrido retrasos y cancelaciones. Por este motivo, su estado operacional es muy limitado. Con solamente 10 satélites operativos, GLONASS no garantiza, a fines del 2004, ningún nivel aceptable de servicio. Para fines de 2005 tienen previsto tener en órbita entre 16 y 18 satélites.

De todos modos, no se duda de su continuidad, ya que forma parte de diversos proyectos de navegación por satélite, entre ellos GNSS-1. Por otra parte, esto fue reafirmado en un comunicado oficial del Gobierno de la Federación Rusa, de fecha 29 de marzo de 1999 y confirmado a principios del 2004.

### ***3.5.3 Sistemas europeos***

*(Información extractada del "Comunicado Oficial de la Comisión Europea, División de Navegación por Satélite GNSS", publicado por AENA, España y de publicaciones especializadas, como la revista GPS World).*

Según la Comisión Europea, los sistemas GPS y GLONASS presentan una serie de limitaciones técnicas e institucionales que se pueden resumir en:

- a) No satisfacen todos los requisitos de navegación exigidos por la aviación civil, y como consecuencia de ello, su uso adolece de una serie de restricciones y en la práctica se limita a las fases de vuelo menos exigentes.
- b) Están bajo control militar por lo que, en caso de conflicto bélico, la disponibilidad del servicio no está asegurada.
- c) No existe ningún tipo de garantía legal o de seguridad sobre el funcionamiento de los sistemas.
- d) No existe un marco de responsabilidad legal claramente definido en caso de accidentes provocados por estos sistemas.

Como consecuencia de estas limitaciones, es necesario complementar a GPS y/o GLONASS con sistemas adicionales. Estos sistemas se conocen en la terminología de la OACI (Organización de Aviación Civil Internacional) como "aumentaciones", y tienen por objeto mejorar el servicio básico ofrecido por GPS y GLONASS.

Siguiendo las recomendaciones emitidas en 1992 por el Comité FANS (Future Air Navigation Systems) de la OACI, la implantación del GNSS se aborda en dos etapas, que se denominan GNSS-1 y GNSS-2.

Las presentaciones de los sistemas GNSS se establecen siguiendo cuatro parámetros básicos: Precisión - Integridad (Confianza) - Continuidad - Disponibilidad.

### 3.5.3.1 GNSS-1

Esta etapa se basa en el máximo aprovechamiento posible de las constelaciones GPS y GLONASS, las cuales no obstante deben ser completadas con "sistemas de aumentación". Las "aumentaciones" tienen un objetivo doble: en primer lugar, mejorar las prestaciones de GPS y/o GLONASS y, en segundo lugar, posibilitar la definición de un marco legal e institucional de uso del que carecen hoy día. Se han contemplado tres posibles tipos.

Uno de éstos es SBAS (Satellite Based Augmentation System), definida como "sistema de aumentación de cobertura amplia en los cuales el usuario recibe la información de aumentación a través de un transmisor embarcado en un satélite", que proporciona importantes servicios, por ejemplo información relativa al estado de funcionamiento y calidad de las señales emitidas por todos los satélites GNSS-1 (incluye GPS y/o GLONASS junto con los satélites adicionales SBAS).

Mediante este servicio se mejoran las prestaciones de navegación desde el punto de vista de la integridad, pues se dota a GPS y GLONASS de una función de monitoreo de su funcionamiento de la que ahora carecen.

En la actualidad existen tres iniciativas a nivel mundial de implantación de sistemas SBAS: EGNOS en Europa, WAAS en Estados Unidos y MSAS en Japón. Los tres sistemas, aunque de ámbito regional y desarrollados de forma independiente, proporcionarán servicios similares y compatibles entre sí. Mediante el uso conjunto e inter-operable de estos sistemas y futuras extensiones de los mismos, se espera poder llegar a proporcionar un servicio uniforme de navegación con cobertura mundial.

#### 3.5.3.2 *El programa EGNOS*

*(European Geostationary Navigation Overlay Service - Contribución europea al GNSS-1)*

EGNOS responde al esquema de aumentación SBAS definido por la OACI. Su área de servicio es la región europea, y proporciona como satélites adicionales los geoestacionarios INMARSAT AOR-E, INMARSAT IOR y ARTEMIS. Para generar los diferentes servicios

SBAS de aumentaciones utilizan, además de estos tres satélites, una red de instalaciones terrestres distribuidas por toda Europa.

La gestión institucional y técnica del Programa EGNOS está siendo llevada a cabo por el llamado Comité Tripartito, formado por la Comisión Europea.

EGNOS ofrecerá múltiples beneficios e introducirá mejoras considerables en cuanto a calidad y seguridad en todos los modos de transporte: aéreo, marítimo, terrestre por carretera o ferrocarril.

Asimismo, abrirá nuevos campos en toda una multitud de diferentes aplicaciones tales como agricultura, pesca, geodesia, etc. Entre otras mejoras, permitirá una gestión y seguimiento más eficaz y flexible de los servicios de transporte comercial y privado gracias a la posibilidad de localizar vehículos de forma precisa y en tiempo real, monitoreando su recorrido.

De acuerdo con la planificación inicial, el desarrollo del sistema EGNOS debería haber finalizado a principios del año 2003. A noviembre de 2004, continuaba en etapa de experimentación avanzada. La Agencia Espacial Europea, ha creado a partir del mes de julio de 2004, un sitio Web dedicado a especialistas del tema, para la colaboración de los mismos en esta instancia, pudiendo tener, por ejemplo, acceso a la información técnica detallada de la versión experimental .

#### 3.5.3.3 GNSS-2

Se prevé que GNSS-1 evolucione hacia un sistema de navegación multimodal, que contemple usuarios de todo tipo, de mejores prestaciones y bajo control civil, denominado GNSS-2.

### 3.6 El programa GALILEO

La componente principal del sistema es una constelación de satélites con una cobertura global. Dirigido por la Unión Europea y por la

Agencia Espacial Europea, la fase de definición del sistema empezó en 1999.

El proyecto Galileo, que garantizará la autonomía europea en materia de posicionamiento satelital, dará a las empresas de la región grandes oportunidades comerciales e incluirá el despliegue de una constelación de 30 satélites de navegación bajo control civil y cobertura mundial. La planificación se ha establecido en varias fases: definición, desarrollo y validación, despliegue y operación. En la primera, que empezó en junio de 1999 y finalizó en 2001, se definió el sistema, la organización para su gestión y la viabilidad económica a largo plazo.

Durante el 2004, ESA firmó acuerdos para lanzar dos satélites experimentales de Galileo a bordo de la nave espacial Soyuz. El primero partirá del cosmódromo de Baikonur antes de fines del 2005.

Mientras tanto, la investigación, el desarrollo y la tecnología del espacio de la Agencia Espacial Europea (ESA) se centran en Noordwijk, en los Países Bajos, en donde se está probando actualmente el modelo estructural del primero de los dos satélites experimentales citados.

La tercera fase de despliegue de la constelación se extenderá desde 2006 hasta 2008 y a partir de entonces está previsto el último período. El pleno funcionamiento del programa, sin embargo, se alcanzará entre 2016 y 2020, cuando funcione la red de los 30 satélites y las estaciones terrestres.

Líneas principales de desarrollo del programa GALILEO :

- Es independiente de los sistemas GPS y GLONASS pero complementario e interoperable.
- Está abierto a la contribución de capital privado internacional.
- Explotará las nuevas capacidades en un sistema civil, permitiendo el desarrollo de nuevas aplicaciones, facilitando la robustez del GNSS y poniendo remedio a ciertas deficiencias que existen en la actualidad.

- Tendrá una cobertura global para proveer un mercado mundial para el sistema y sus aplicaciones. Incluirá un servicio de acceso restringido.
- El sistema permanecerá bajo el control de autoridades civiles.

### ***3.6.1 La constelación GALILEO***

La constelación del sistema Galileo estará formada por 30 satélites (27 en operación y 3 de repuesto), ubicados a 23600 km de altura sobre la superficie de la Tierra, en 3 planos orbitales, con 56° de inclinación respecto del plano ecuatorial.

### ***3.6.2 Servicios GALILEO***

Se está diseñando para proporcionar 3 niveles distintos de servicios:

- Nivel 1: Un sistema de acceso abierto similar a GPS standard actual, principalmente dedicado al mercado masivo.
- Nivel 2: Un servicio de acceso restringido dedicado a aplicaciones comerciales y profesionales que requieren un nivel de precisión más elevado.
- Nivel 3: Un servicio de acceso restringido, con exigencias críticas de seguridad, que no pueden admitir interrupción o perturbación (caso de aviación civil).

Además de estos servicios de posicionamiento, GALILEO proveerá un servicio de "Tiempo Preciso" en todo el mundo, con una escala de diferentes niveles de precisión y garantías.

### ***3.6.3 Atractivo del sistema GALILEO***

- Es un sistema complementario con GPS y GLONASS:

No es un sistema de competencia con los sistemas satelitales existentes. Las futuras aplicaciones se beneficiarán de la posibilidad de utilizar todos los sistemas de navegación disponibles. Los criterios de diseño de la estructura de la señal del sistema GALILEO se están desarrollando para añadir un costo mínimo adicional a los usuarios. El uso combinado de GALILEO y otros sistemas como EGNOS, proveerá elevadas prestaciones, por ejemplo en términos de disponibilidad de navegación en áreas urbanas.

- Es independiente de GPS y GLONASS:

Las ventajas residen también en su independencia de GPS y GLONASS, asegurando que las aplicaciones críticas en términos de seguridad estén protegidas de los posibles errores que puedan ocurrir en modo común.

Estados Unidos tiene prevista la sustitución progresiva de la constelación de satélites GPS por una nueva generación conocida como GPS BLOQUE II F. Según las previsiones, dicha sustitución se completará hacia el año 2010. Aprovechando esta circunstancia, Europa intentará que GALILEO entre en operación con dos años de adelanto, hacia 2008, con el objeto de capturar mercados potenciales previamente.

Así Europa podrá disponer de un sistema propio de satélites de última generación a mediano plazo, lo que le permitirá superar la dependencia actual de la tecnología norteamericana.

# Posicionamiento con Código C/A

## 4.1 Posicionamiento absoluto

Cuando hablamos de **posicionamiento absoluto** nos referimos al caso de **un solo receptor** operando en modo autónomo, es decir, la función típica de navegación, calculando las coordenadas del receptor sobre la superficie terrestre en base a las mediciones de distancia que realiza a los satélites visibles (o a los posibles en función del número de canales del receptor) y mostrando estas coordenadas, sin ningún tipo de corrección, en el display del receptor (con un intervalo de actualización que se puede prefijar, por ejemplo 1 segundo). Podemos distinguir dos modos de operación: **estático** y **móvil**.

### 4.1.1 Modo estático

El modo **estático** significa que el receptor permanece estacionado sobre el punto del que se quieren conocer las coordenadas durante un lapso de tiempo, que puede ser de algunos minutos; si este receptor se encuentra calculando posiciones (coordenadas) tendremos, para la solución en 3 dimensiones, un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas por cada instante de actualización en la toma de datos, (si se observaran más de 4 satélites, tendremos sobreabundancia de observaciones).

La posición final, coordenadas del punto estación, corresponde al promedio de todas las posiciones calculadas.

Dentro de las variables que podemos manejar en este tipo de posicionamiento vale recordar la importancia de operar con un valor bajo de PDOP (*ver Capítulo III, 3.4 Factor de configuración*).

### 4.1.2 Modo móvil

El modo **móvil** está relacionado con el uso del receptor en movimiento, en este caso tendremos soluciones instantáneas en tres dimensiones

para cada momento de toma, que no corresponden al mismo punto (el receptor se está moviendo). Tendremos formado un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas por cada toma (y sobreabundancia si se observan mas de 4 satélites), que nos dará las coordenadas del punto en que se ubica el receptor a cada instante, siendo esta la solución típica de navegación, de modo que esta sucesión de puntos describe la trayectoria seguida por el receptor.

### 4.1.3 Precisiones

Con estos métodos de operación la precisión general alcanzable en las coordenadas de los puntos será mejor que 10 metros en horizontal y 15 metros en vertical, en el 95% de los casos (que es la caracterización oficial del SPS, Servicio de Posicionamiento Standard).

Esta precisión se alcanzaba desde el origen del sistema, hasta que fue implementada la SA (Selective Availability), en marzo de 1990, cuando deliberadamente se degradó la precisión, hasta su desactivación, el 1 de mayo de 2000.

En el período en que estuvo activada la SA se lograba una precisión en la posición horizontal (bidimensional) del orden de 100 metros, para un usuario aislado, en el 95% de los casos.

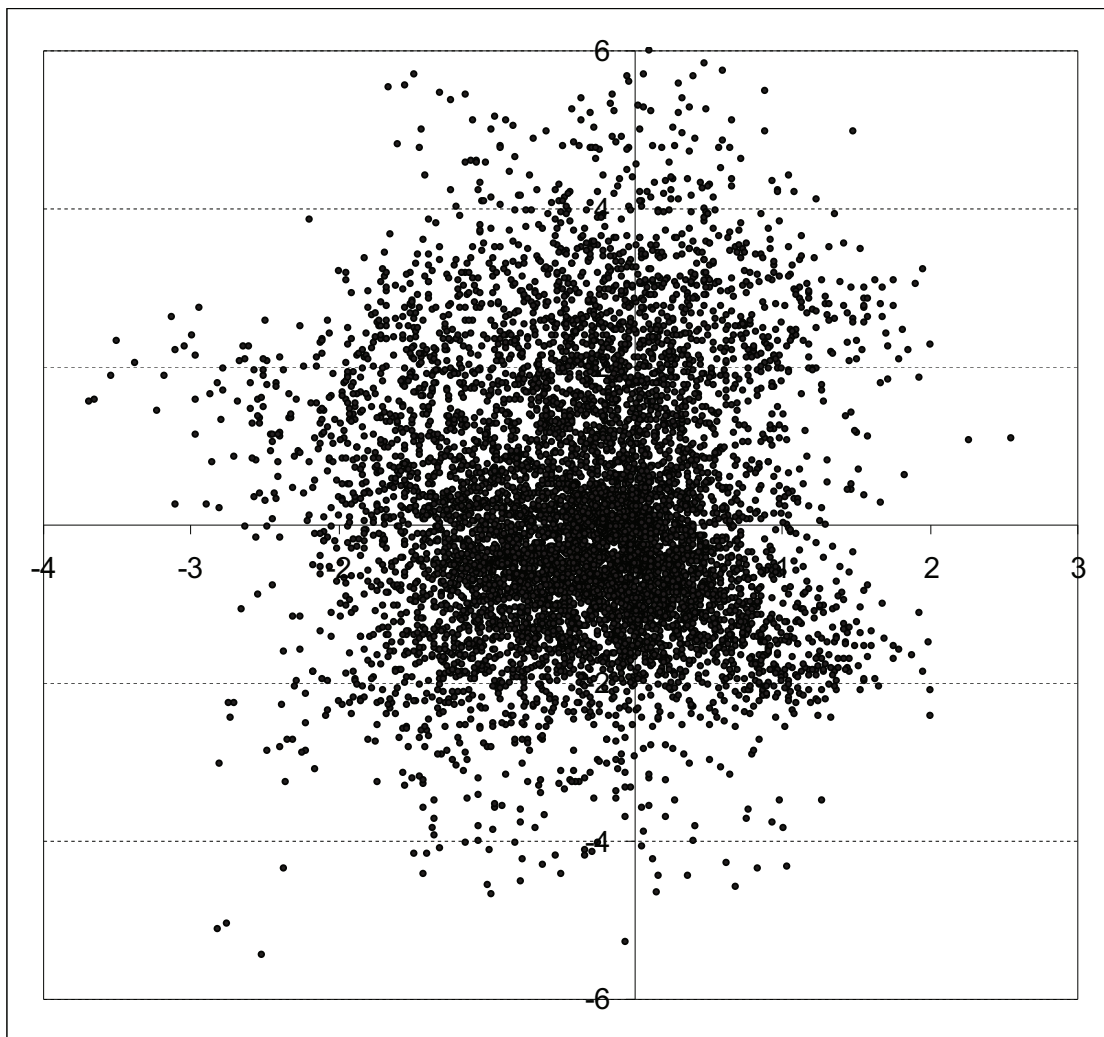
Para estudiar los **efectos sobre la posición horizontal** de una estación fija realizamos la siguiente experiencia:

Estacionamos un receptor sobre un punto de coordenadas conocidas, durante varias horas y lo ponemos a calcular posiciones; luego hacemos la gráfica de la distribución de todas esas posiciones calculadas, comparando cuánto se alejan del valor conocido, tomándolo como referencia, así obtendremos la distribución que puede observarse en la Figura 1 (corresponde a 24 hs. de observación y cálculo de la Estación GPS Permanente “UNRO”, los números indican metros).

## 4.2 Posicionamiento Diferencial

Ahora bien, si retomamos la experiencia y en vez de un receptor, colocamos dos receptores no muy alejados entre sí (digamos 10 km por

ejemplo), que observan los mismos satélites, obtendremos que las gráficas de las distribuciones de las posiciones horizontales calculadas por cada uno resultan muy similares.



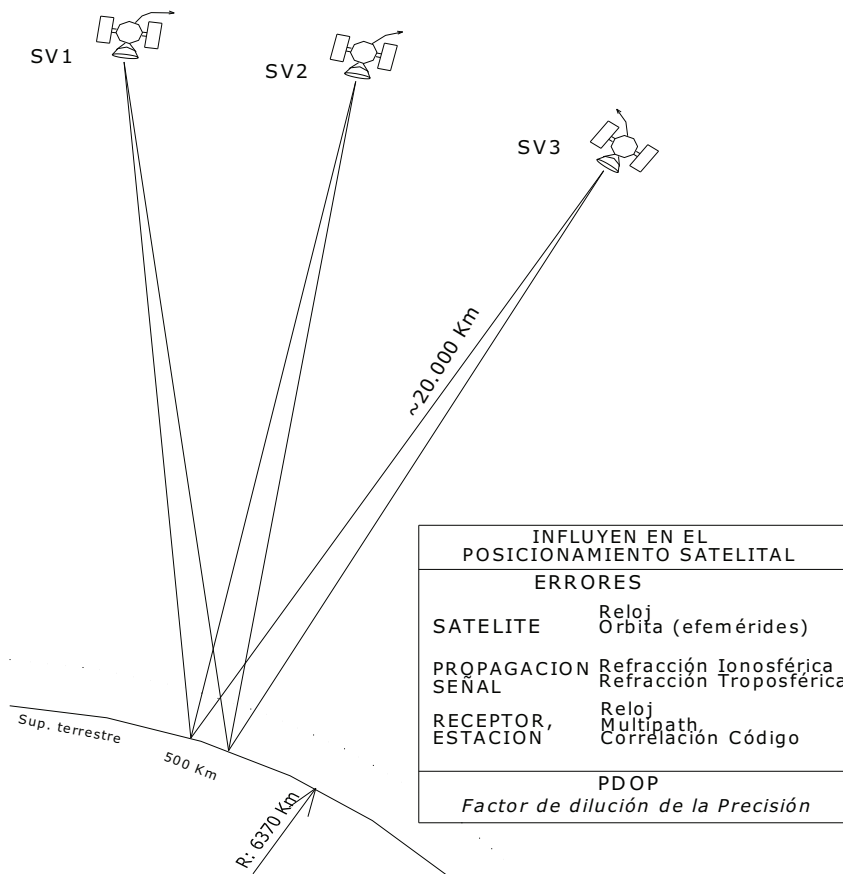
**Figura 1**

Este es el principio de la técnica de CORRECCIÓN DIFERENCIAL.

Los errores en la propagación de la señal (ionósfera y tropósfera) afectan de manera similar a dos estaciones no muy alejadas entre sí, que utilizan los mismos satélites.

Y esto es así porque la distancia entre los receptores sobre la su-

perficie terrestre resulta muy pequeña comparada con la distancia a la que están los satélites (ver Figura 2, en la que están dibujados a escala uniforme el radio terrestre, la separación entre estaciones y la distancia a los satélites), inclusive si los receptores se encuentran exageradamente separados (500 km), la porción de atmósfera que atraviesan las señales del mismo satélite es prácticamente la misma.



**Figura 2**

Los errores en cada satélite (reloj, órbita) son comunes para ambas estaciones.

La técnica de corrección diferencial hace uso de estas características para eliminar las influencias de estos errores en el cálculo de las posiciones de la segunda estación (remota) a partir de conocerlos en una primera estación (base), de la que se conocen sus coordenadas.

De modo que, si para cada posición calculada por la estación base, asignamos un vector error y luego lo aplicamos, cambiado de signo, a la posición calculada en la estación remota, tendremos las posiciones corregidas.

Debe tenerse en cuenta que esta técnica no elimina todos los errores que influyen en el posicionamiento satelital, ya que quedan los errores propios de cada estación, el multipath y la correlación propia de cada receptor, disminuyendo la precisión general del posicionamiento, nos afectará el PDOP de la configuración utilizada, que incluye constelación y estación.

Esta técnica de corrección diferencial puede aplicarse de varias formas:

#### ***4.2.1 Corrección de posición***

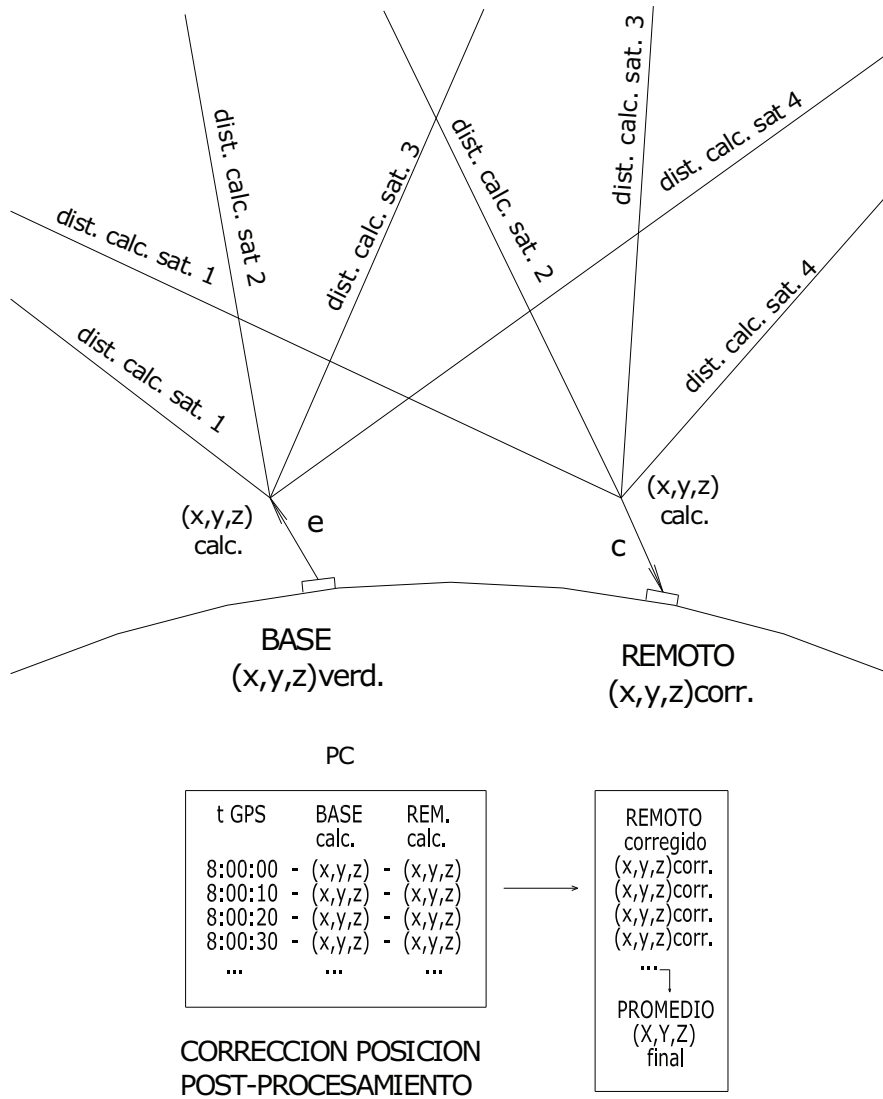
Una es la conocida como **corrección de posición**, (o diferencia de coordenadas, Figura 3), en este caso cada posición calculada por el receptor base en función de la medición de distancia a 4 satélites y señalada en el tiempo GPS, es comparada con las coordenadas, conocidas de antemano, de la estación base.

Para cada una de estas posiciones se calcula el vector error y se aplica, con signo opuesto, a la posición correspondiente al mismo tiempo GPS, calculada por el receptor remoto.

De esta forma tendremos posiciones de la estación remota corregidas.

Como restricción de este método establecemos la necesidad de observar los *mismos satélites* en ambas estaciones, ya que el cálculo de la posición estará influido por los errores correspondientes a cada satélite y

para que se eliminen diferenciando deben ser los mismos en ambas estaciones.



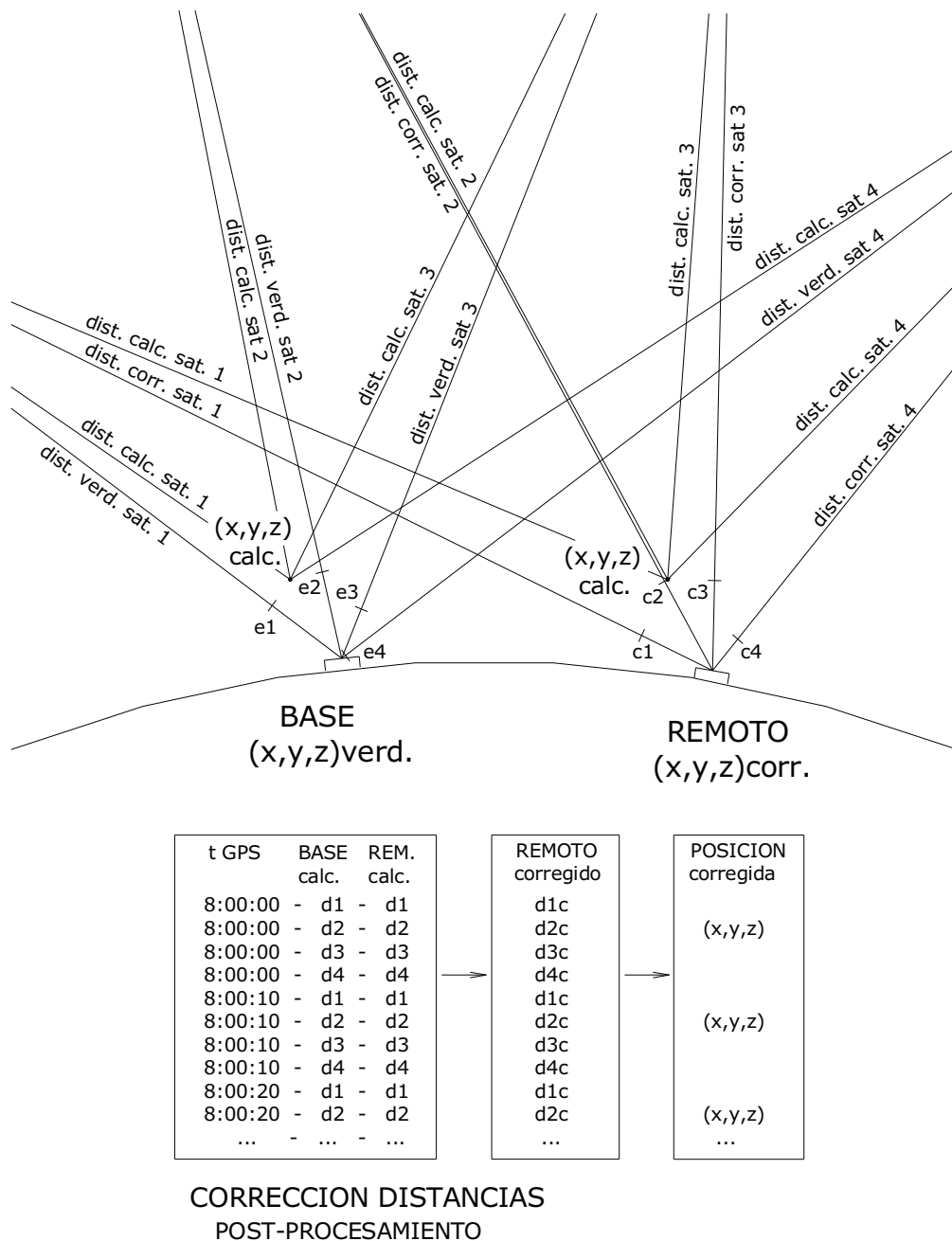
**Figura 3**

La ventaja de este método es que se puede usar con receptores que no almacenen las observaciones, solo hacen falta las posiciones.

#### 4.2.2 Corrección de distancias

La otra forma de aplicación es la **corrección de distancias** a los

satélites (o corrección de las observaciones, Figura 4), en este caso se identifica en el tiempo GPS, cada distancia calculada por el receptor base a cada satélite en forma independiente.



**Figura 4**

Teniendo las coordenadas de la estación base conocidas, puede calcularse la distancia "verdadera" entre el receptor y cada satélite en cada instante.

Esta distancia "verdadera" es comparada con la distancia calculada y la diferencia entre ambas corresponde al error para ese satélite en ese instante, valor que cambiado de signo es aplicado a la distancia calculada por el receptor remoto a ese satélite en ese instante.

Para cada juego de distancias corregidas, se calcula en el receptor remoto, una posición correspondiente a ese instante.

Este método resulta más flexible respecto de los satélites que utiliza cada receptor, ya que al separar el cálculo de las correcciones para cada satélite, no es necesario que sean estrictamente los mismos los que observan el base y el remoto, pero sí debe haber por lo menos 4 satélites comunes entre ambos.

Este es el método que se usa cuando se transmite la corrección en tiempo real (*ver 4.5.2*).

### ***4.2.3 Simples y dobles diferencias***

La tercer alternativa es la utilización del cálculo de **simples y dobles diferencias** de las distancias observadas a pares de satélites (por lo menos 4), donde se elimina la influencia de los errores de los relojes del satélite y del receptor y se reducen notoriamente las influencias de los errores de los parámetros orbitales del satélite y de la transmisión de la señal (retraso ionosférico), quedando como incógnitas las componentes del vector ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  base-remoto), que se estiman en un único cálculo por el método de mínimos cuadrados (Los fundamentos de simples y dobles diferencias se desarrollan en forma detallada en el Capítulo V, Posicionamiento con fase).

Su uso es, principalmente, en post-procesamiento, aunque existen técnicas de cálculo recursivas, mínimos cuadrados, filtro kalman etc., que

permitirían ajustar la solución con cada nueva observación, de manera que puedan aplicarse a problemas en tiempo real.

#### **4.2.4 Conclusión**

La aplicación de estas técnicas de corrección diferencial nos conducen al fundamento del *posicionamiento relativo*, es decir, la utilización simultánea de dos o más receptores, tomando datos al mismo tiempo (con el mismo intervalo de grabación), el primero, que estará ubicado sobre un punto de coordenadas conocidas, será el receptor base y el otro (o los otros) será el receptor remoto y se ubicará en los puntos que nos interesa relevar, para conocer sus coordenadas.

Las coordenadas de los puntos relevados se obtendrán finalmente con una precisión que depende, no solo de los errores en el cálculo del vector, como vimos hasta ahora, sino también de la precisión con que se conozcan las coordenadas de la estación de referencia, ya que al georreferenciar puntos de esta forma, trasladamos cualquier incertidumbre en las coordenadas del sitio del receptor base, a los puntos que se relevan con el receptor remoto, por lo tanto, para ser coherentes con la precisión del método, las coordenadas del receptor base deben conocerse con mejor precisión que la propia del método de medición utilizado; por ejemplo, vinculándose a redes existentes de precisión adecuada.

### **4.3 Métodos de operación**

De esta manera, y análogamente al posicionamiento absoluto, encontramos dos modos de operación: **estático** y *móvil*.

#### **4.3.1 Modo estático**

En el modo **estático**, el receptor remoto es estacionado algunos minutos sobre el punto que nos interesa relevar, haciendo mediciones de distancias a los satélites y/o calculando posiciones, almacenando estos datos en su memoria interna. Al cabo del relevamiento de todos los puntos que interesan, se bajan los datos del receptor base y del remoto a una

computadora para realizar el post-procesamiento de las mediciones de ambos y aplicar alguno de los métodos de **corrección diferencial** que permiten obtener las coordenadas de los puntos relevados.

Como en todo posicionamiento estático, es importante, ya que podemos manejarlo, trabajar con un PDOP bajo.

### 4.3.2 Modo móvil

En el modo *móvil*, el receptor remoto está en movimiento, calculando y almacenando distancias y/o posiciones en su memoria interna.

Luego de terminado el trayecto a medir, se bajan los datos y se efectúa el post-procesamiento, aplicando la **corrección diferencial** (posición o distancias), se obtiene cada posición instantánea corregida, de esta forma, las coordenadas de la trayectoria del receptor remoto constituirán la solución final.

Estas dos alternativas también pueden aplicarse en tiempo real, contando con el equipamiento adecuado.

## 4.4 Precisiones

Las precisiones que caracterizan las mediciones con **GPS en modo diferencial**, en función de la distancia entre las estaciones, pueden verse en el cuadro (Tabla 1) que se adjunta al respecto (*ver en Bibliografía: Hofmann-Wellenhof, B. et al, año 1994*); debe aclararse que en la actualidad y debido a las mejoras en los receptores y software de post-procesamiento, los resultados que se obtienen pueden mejorar en algunos casos.

<b>Precisiones GPS Diferencial</b>			
Observable	Separación Estaciones	Precisión en posición	
		Instantánea	Promed. 3 min.
Código C/A	10 Km	8 m	4 m
	500 Km	10 m	5 m
Código C/A suavizado o correlación fina	10 Km	3 m	0,3 m
	500 Km	7 m	4 m

**Tabla 1**

## **4.5 Aplicación de la corrección diferencial**

### ***4.5.1 Post-Procesamiento***

Este es el caso más simple de aplicación, es el ejemplo visto anteriormente, hablamos de bajar los datos a una computadora y enfrentar las mediciones de ambos receptores, realizando el post-procesamiento; vemos que los resultados se obtienen a posteriori de un procesamiento en gabinete.

Este método puede aplicarse en forma "particular", es decir, un usuario que cuente con 2 o más receptores, dejará uno estacionado en un punto de coordenadas conocidas, que actuará como "base" y el otro (o los otros) recorrerán los puntos que interesa relevar.

Una alternativa se presenta a este método a través de la instalación de una Estación Permanente GPS, esto es, un receptor GPS sobre un punto de coordenadas conocidas. Esta estación almacena los datos de los satélites GPS durante las 24 hs. y los pone a disposición de los usuarios en forma de archivos por el lapso de tiempo que cada usuario estuvo realizando mediciones, de esta manera cada usuario utiliza los archivos del receptor base para aplicar la corrección diferencial a sus archivos tomados con su receptor remoto.

Como ventaja de este sistema podemos enunciar la independencia de la estación base, de su estacionamiento y su cuidado.

Así también que el usuario necesita un equipamiento mínimo compuesto por un solo receptor, y en el caso de contar con más receptores, todos actúan como remotos, aumentando la eficiencia del equipo de medición.

En este caso, de la utilización del sistema de Estación Permanente, debe tenerse en cuenta que se produce una pérdida de precisión, en función de la distancia que separa al receptor remoto de la estación base, cuando esta pasa a ser mayor de 100 km aproximadamente.

### **4.5.2 Corrección diferencial en tiempo real**

También conocida como RTDGPS. Si en el caso de una Estación Permanente ubicada sobre un punto de coordenadas conocidas, contamos con un receptor base capaz de calcular, para cada instante, el error en la distancia y la corrección que corresponde a cada satélite que está observando, y a través de un sistema de radio transmitirlos (Figura 5); cualquier receptor remoto que reciba esta corrección puede aplicarla a las distancias de los satélites que él está observando y calcular así, en *tiempo real* las posiciones corregidas (utilizando el método de corrección de distancias).

El receptor remoto debe tener capacidad interna de recibir e interpretar esta corrección (vía formato RTCM 104) y para esto estará conectado a otro receptor de radio-frecuencias, para recibir esta señal de corrección en tiempo real y aplicarla a las distancias a los satélites que está observando.

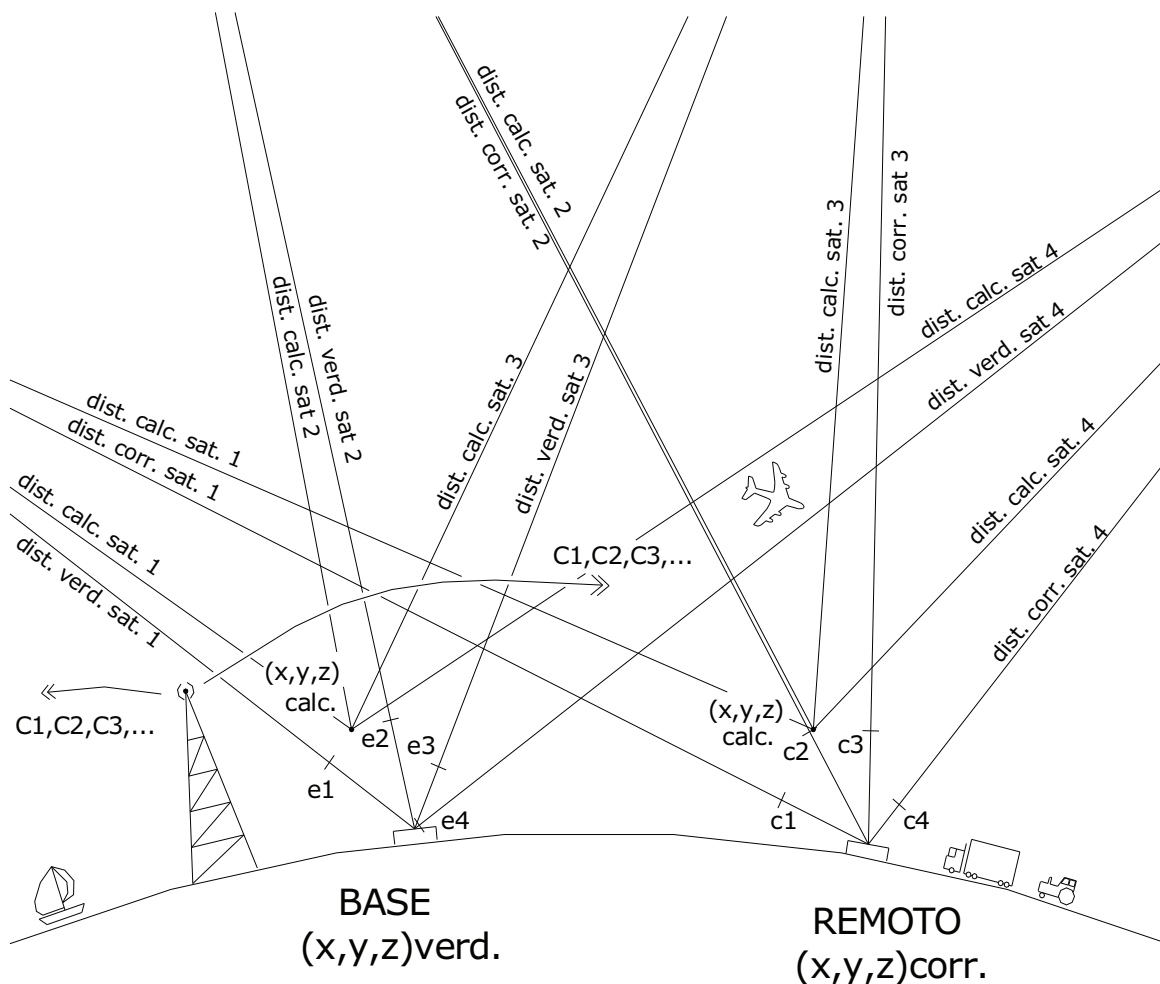
Este sistema, al igual que en el caso anterior, tiene el problema de la pérdida de precisión a medida que el usuario del receptor remoto se aleja de la estación base de referencia, y las dificultades propias de la recepción de señales radiales (en la ciudad de Rosario hemos desarrollado una experiencia piloto, en conjunto con la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata, poniendo en funcionamiento, por un período limitado de tiempo, una Estación Permanente con estas características).

### **4.5.3 WADGPS**

Esta es la sigla que corresponde al sistema Wide Area Differential GPS, (o bien GPS diferencial de área amplia).

La idea básica de un sistema WADGPS es la de eliminar la limitante principal de un sistema convencional DGPS, que es la pérdida de precisión a medida que el usuario se aleja de la estación de referencia; ya que los "errores" asumidos como iguales para la estación base y para el usuario remoto, dejan de serlo, invalidando el razonamiento que nos per-

mitía aplicar la "corrección diferencial" generada en una única estación de coordenadas conocidas, antes mencionada.



t GPS	BASE calc.	REM. calc.	REMOTO corregido	POSICION corregida
8:00:00	- d1	- d1	d1c	(x,y,z)
8:00:00	- d2	- d2	d2c	(x,y,z)
8:00:00	- d3	- d3	d3c	(x,y,z)
8:00:00	- d4	- d4	d4c	(x,y,z)
8:00:10	- d1	- d1	d1c	(x,y,z)
8:00:10	- d2	- d2	d2c	(x,y,z)
8:00:10	- d3	- d3	d3c	(x,y,z)
8:00:10	- d4	- d4	d4c	(x,y,z)
8:00:20	- d1	- d1	d1c	(x,y,z)
8:00:20	- d2	- d2	d2c	(x,y,z)
...	- ...	- ...	...	...

CORRECCION DISTANCIAS  
TIEMPO REAL

Figura 5

La cuestión inmediata es que para hacer funcionar un sistema DGPS de área amplia (WADGPS), será necesario incrementar el número de estaciones de referencia, manteniendo una densidad suficiente para evitar la pérdida de precisión.

En cuanto al diseño del sistema y a la transmisión de la corrección, podemos definir básicamente dos tipos de sistemas WADGPS:

#### 4.5.3.1 *Vía transmisión radial*

Estos sistemas operan transmitiendo las correcciones diferenciales implementados de dos formas: a través de las redes de FM, o bien utilizando las señales de radio-faros de navegación.

En el caso de la transmisión vía FM, la modulación de las correcciones es producida en sub-carriers de la onda de FM que transmiten las emisoras de radio FM de cada localidad y permite al usuario autorizado acceder a las correcciones a través de receptores tipo *pagers*.

El formato utilizado para transmitir las correcciones es el RTCM-104.

Por detrás del conjunto de las estaciones radiales, está una red de estaciones de referencia, encargadas de computar, validar, calcular correcciones y determinar los parámetros que serán difundidos por las emisoras radiales.

DCI y ACCQPOINT ofrecen estos sistemas para el usuario en América del Norte y en algunos otros lugares del planeta a través de un red de 450 estaciones FM.

Como vemos este sistema necesita de una gran cantidad de antenas distribuidas por todo el territorio al que se le quiere brindar corrección diferencial, ya que el alcance de la transmisión FM está limitado a los 60-80 km aproximadamente.

En este sistema el receptor de la corrección elige automáticamente la transmisión correspondiente a la antena más cercana.

En el caso de los radio-faros, las correcciones son moduladas sobre la misma señal que es emitida por los radio-faros de navegación, fundamentalmente para los barcos que navegan en zonas costeras, pero también puede ser utilizada por otros usuarios en la zona de cobertura.

En Argentina existe en funcionamiento comercial un sistema de este tipo, con dos estaciones de transmisión (ubicadas en San Carlos, Provincia de Santa Fe y Bolívar, Provincia de Buenos Aires), dando cobertura a la zona agrícola, especialmente para la aplicación de técnicas de “agricultura de precisión”.

#### *4.5.3.2 Vía Inmarsat*

Para resolver el problema de la cobertura en la transmisión de los parámetros de corrección en un sistema WADGPS se utilizan los satélites de comunicaciones Inmarsat, distribuidos de forma de permanecer geostacionarios sobre el Ecuador, logrando una cobertura mundial con solo 4 ó 5 satélites.

Este sistema a la vez permite otra ventaja y es la de necesitar de un pequeño número de estaciones de referencia sobre puntos de coordenadas conocidas distribuidas geográficamente en el área a ser cubierta pudiendo mantener la precisión en el posicionamiento.

Las experiencias que citan diferentes autores indican como suficientes un número de 3 a 4 estaciones de referencia en áreas de extensión como EUA o Europa.

Estas estaciones deben operar en forma permanente, siendo una de ellas la que funciona como Master, recibiendo y procesando los datos de las demás.

De este modo los errores (error del reloj del satélite, error orbital, errores debidos al atraso ionosférico), son modelados y la estación Master transmite las correcciones en tiempo real.

Los satélites de comunicación Inmarsat se utilizan para transmitir

la corrección a los usuarios y para transmitir los datos entre las estaciones de referencia.

Podemos describir dos tendencias en cuanto a los métodos de modelar los errores en los sistemas WADGPS.

Por ejemplo en Nottingham (Inglaterra), los errores orbitales son tratados a través de la sustitución de las efemérides transmitidas por los satélites GPS, por una nueva órbita computada a partir de técnicas de integración orbital (Ashkenazi, 1992).

Y en Stanford (Estados Unidos), una de las estrategias adoptadas es la de invertir geoméricamente la solución de posicionamiento por satélites artificiales, computándose correcciones tridimensionales a las posiciones de los satélites, a través del conocimiento de las coordenadas precisas de las estaciones de referencia (Kee et al, 1995).

El modelo dinámico de Nottingham es sustituido por un modelo puramente geométrico en Stanford.

Datos obtenidos con receptores de una frecuencia, operando en una red de 3 estaciones de referencia con separaciones de 2000 a 4000 km en el continente Europeo, fueron analizados dando una precisión de 2.3 metros en el posicionamiento horizontal y de 2.5 metros en el vertical (Chao et al, 1995).

En Argentina pueden obtenerse correcciones provenientes de los sistemas comerciales Omnistar y Racal.

- *Parte de la información sobre algunos temas aquí tratados, ha sido extraída de artículos de publicaciones especializadas, (p.ej. GPSWorld).*

## Posicionamiento con fase

### 5.1 Introducción

Como ya se mencionara en el capítulo III, las señales emitidas por los vehículos espaciales están caracterizadas por un cierto número de componentes todas basadas en una frecuencia fundamental  $f_0$  igual a 10,23 Mhz controlada por los osciladores atómicos que se encuentran a bordo. Los satélites transmiten dos señales portadoras en la banda L, denominadas L1 y L2, las que son generadas multiplicando a la frecuencia fundamental por un número entero, resultando respectivamente las siguientes frecuencias

$$\begin{aligned} f_1 &= 154 \cdot 10.23 \text{ Mhz} = 1575.42 \text{ Mhz} \\ f_2 &= 120 \cdot 10.23 \text{ Mhz} = 1227.60 \text{ Mhz} \end{aligned}$$

Las longitudes de ondas de estas portadoras serán respectivamente 19.05 cm. y 24.45 cm.

Sobre las portadoras se sobreponen distintas modulaciones, por lo que las señales integran un conjunto de componentes pudiéndose expresar por las siguientes ecuaciones (*Spilker, 1980*)

$$\begin{aligned} L_1(t) &= a_p P_j(t) D_j(t) \cos(f_1 t) + a_c G_j(t) D_j(t) \sin(f_1 t) \\ L_2(t) &= b_p P_j(t) D_j(t) \cos(f_2 t) \end{aligned} \quad (\text{V-1})$$

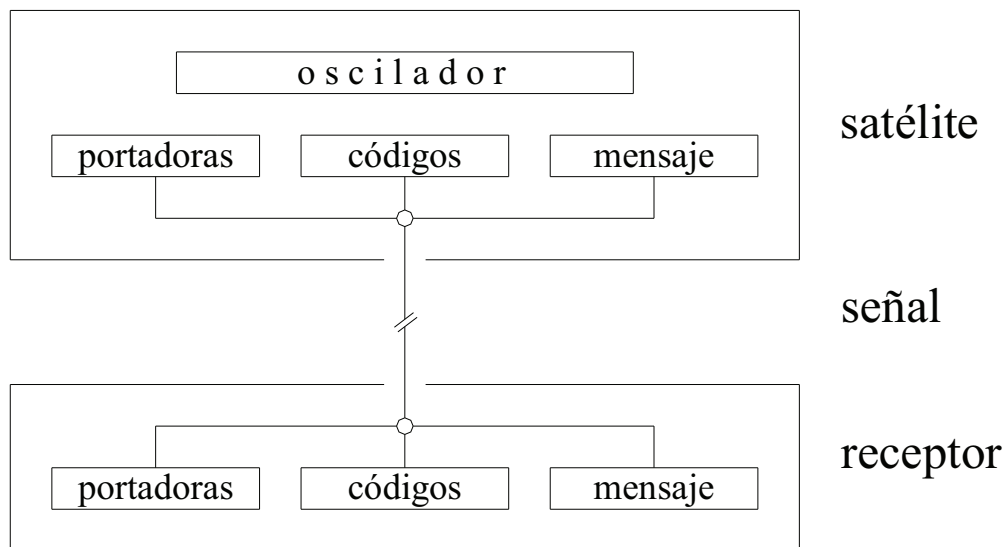
En la expresión (V-1), la fase cosenoidal de ambas portadoras es modulada por una secuencia de pulsos conocida como código P y representada en las ecuaciones anteriores con  $P_j(t)$ , donde el subíndice  $j$  se refiere al satélite  $j$ -ésimo. El código P genera un algoritmo que se repite cada 267 días. Observado a lo largo de este período la secuencia no presenta ninguna simetría, razón por la cual se denomina pseudoaleatoria. La frecuencia del código P es de 10,23 Mhz.

La fase senoidal de la portadora  $L_1$  es modulada por una secuencia de pulsos llamada código C/A representada en la segunda ecuación por  $G_j(t)$ . Este código se repite cada 1 milisegundo y tiene una frecuencia de 1,023 Mhz.

Los coeficientes  $a_p, a_c, b_p$  representan las amplitudes de los códigos P y C/A.

Además de los dos códigos, ambas fases de las portadoras  $L_1$  y  $L_2$  son moduladas por una secuencia de baja frecuencia representada en las ecuaciones por  $D_j(t)$ . Esta contiene un conjunto de informaciones necesarias para el usuario, conocido con el nombre de *mensaje de navegación*.

Una vez que las señales llegan a los receptores GPS, son procesadas con el objetivo de recuperar sus componentes. Dependiendo del tipo de receptor, estos podrán llegar a reconstruir las ondas portadoras y extraer los códigos y el mensaje de navegación. Esto se ilustra en la Figura 1.



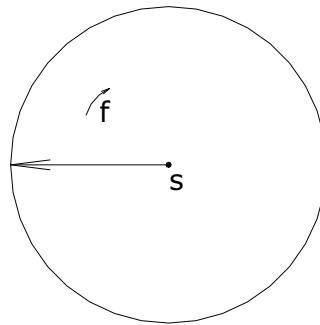
**Figura 1**

Para el desarrollo del capítulo actual es necesario pensar que previamente se han reconstruido las portadoras.

## 5.2 Fases - Conceptos básicos

En un punto S se genera una onda electromagnética a partir de un instante que tomamos como origen del tiempo.

Se puede asociar a la onda mencionada un vector que gira con velocidad angular constante coincidente con la frecuencia de la misma, por ejemplo, si la frecuencia es  $f = 1.5 \text{ Ghz}$ , el vector definido girará mil quinientos millones de vueltas en un segundo. En la Figura 2 se ejemplifica mostrando la posición del vector para el tiempo  $t=0$



**Figura 2**

Considerando que la onda se propaga en el vacío, se tendrá que a una distancia  $\rho$  de la fuente S aparecerá el vector retrasado en el tiempo  $t_0$ .

$$t_0 = \frac{\rho}{c} \quad (\text{V-2})$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz.

La Figura 3 muestra la posición que el vector tiene en S en el tiempo  $t_0$

En ese lapso el vector en S habrá girado

$$f t_0 = f \frac{\rho}{c} \quad (\text{V-3})$$

Ese número de vueltas ( $f t_o$ ) tendrá una parte entera  $N$  y una fracción decimal  $\phi$ , tal que el número total de vueltas (ciclos) será:

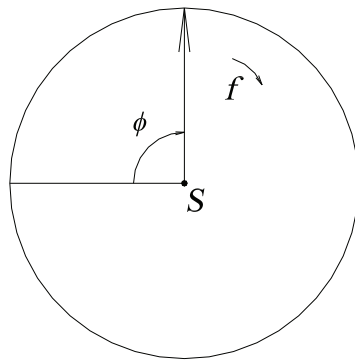
$$N + \phi = f \frac{\rho}{c} = \frac{\rho}{\lambda} \quad (\text{V-4})$$

donde:

$N$  se denomina **ambigüedad**

$\phi$  se denomina **fase**

$\lambda$  es la longitud de onda portadora.



**Figura 3**

A continuación se plantea el siguiente caso: se consideran dos puntos S y P separados una distancia  $\rho$  invariable en los cuales se generan sendas ondas electromagnéticas idealmente iguales entre sí y perfectamente sincronizadas.

La Figura 4 permite visualizar la situación de los vectores mencionados en ambas estaciones para distintas épocas, contadas a partir del instante inicial ( $t=0$ ).

Nótese que las fases del punto S y del punto P pueden compararse a partir del instante  $t_0$  (tiempo empleado por la onda generada en S para arribar al punto P), manteniéndose a partir de ese momento una fracción de ciclo constante (en el ejemplo la fracción es  $\phi = 0.25$ ).

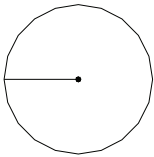
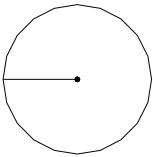
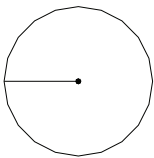
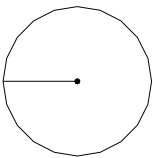
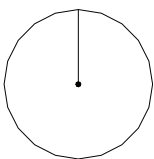
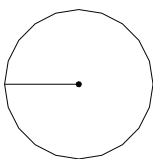
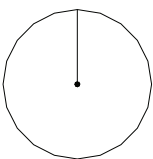
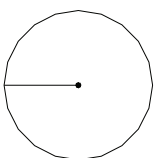
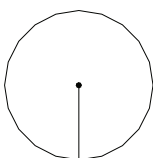
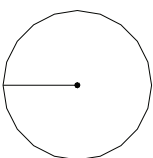
Punto S	Tiempo	Ciclos	Punto P	
			recibido	generado
	0	0	nada	
	$N/f$	$N$	nada	
	$t_0$	$N+\phi$		
	$(N+1)/f$	$N+1$		

Figura 4

### 5.3 Caso satelital

En el sistema GPS los satélites (puntos S) emiten una portadora y los receptores (puntos P) generan una réplica de la misma, la diferencia fundamental con lo planteado hasta aquí es que la distancia entre S y P varía continuamente.

### 5.3.1 Observable ideal

En primer lugar se plantea idealmente que la portadora emitida por el satélite y su réplica están perfectamente sincronizadas.

Si en un instante determinado se considera un satélite y un receptor GPS, la señal emitida por el satélite llegará a la estación alterada por el efecto Doppler, es decir, la frecuencia recibida en el receptor difiere de la frecuencia emitida en un monto que es proporcional a la velocidad radial del satélite  $\rho'$ :

$$f \left(1 - \frac{\rho'}{c}\right) = f - f \frac{\rho'}{c} = f - \frac{\rho'}{\lambda} \quad (\text{V-5})$$

donde  $\rho$  : es la distancia geométrica entre el receptor y el satélite  
 $\rho'$  : la derivada de la distancia geométrica respecto al tiempo  
 $f$  : frecuencia emitida por el satélite  
 $\lambda$  : longitud de onda.

Suponiendo que el receptor genera una réplica idealmente exacta de la frecuencia  $f$ , la diferencia entre las frecuencias será:

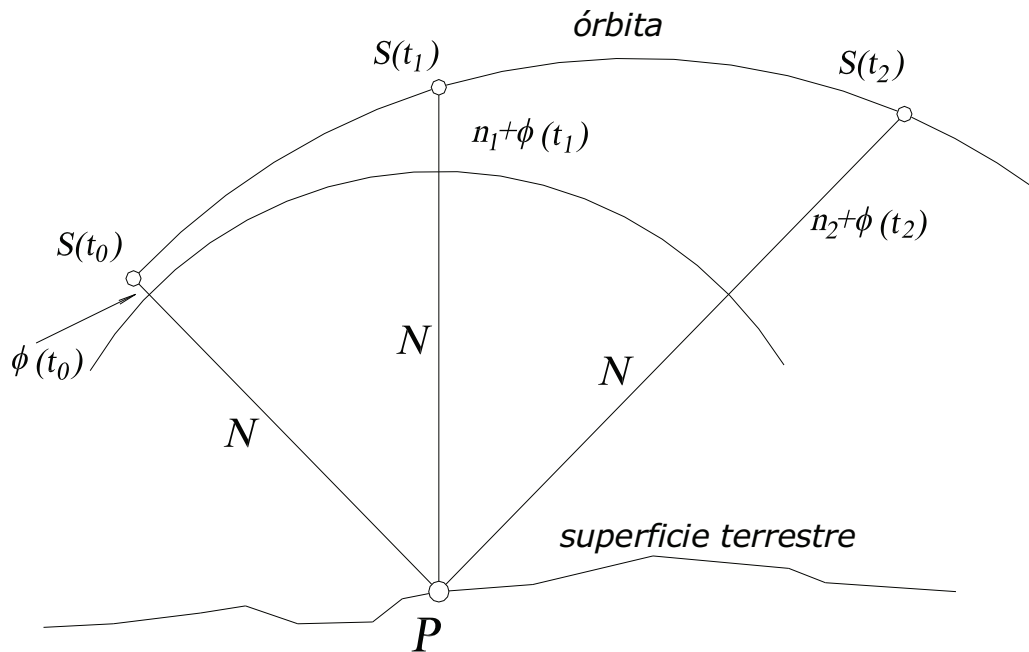
$$\text{réplica} - \text{recibida} = f - \left(f - \frac{\rho'}{\lambda}\right) = \frac{\rho'}{\lambda} \quad (\text{V-6})$$

La medición con fase está basada en la determinación del desfase entre la portadora generada en el receptor y la recibida desde el satélite. Correlacionando continuamente ambas portadoras a partir del momento de conexión ( $t_0$ ) con el satélite, el receptor podrá contar la cantidad de ciclos enteros debido a los cambios de distancia satélite-receptor ( $n$ ) y medir la fracción de ciclo entre ambas señales ( $\phi$ ).

Planteada de esta manera, la diferencia entre los ciclos observados ( $n + \phi$ ) y la cantidad total de ciclos será la *ambigüedad inicial*  $N$  que será invariable para toda la sesión, de esta manera  $N$  permanecerá como una incógnita para cada par receptor-satélite. Este planteo será válido

siempre que no se produzca un corte en la señal recibida ya que en ese caso se perderá la cuenta de ciclos enteros y consecuentemente aparecerá una nueva ambigüedad.

Una interpretación geométrica de la medición con fase es mostrada en la Figura 5 donde  $n_1 + \phi(t_1)$  y  $n_2 + \phi(t_2)$  son las cantidades medidas por el receptor (observables) en la época  $t_1$  y  $t_2$  respectivamente



**Figura 5**

Por lo dicho anteriormente las dos principales dificultades en la medida de la fase de la portadora están vinculadas al problema de la ambigüedad.

La primera está relacionada con la dificultad que implica la obtención del número inicial de ciclos enteros de la portadora contenidos en la distancia que separa al receptor del satélite ( $N$ ), y la segunda aparece cuando la señal del satélite es obstruida lo que ocasiona la pérdida de la cuenta de ciclos enteros durante el rastreo y por lo tanto la aparición de una nueva ambigüedad inicial.

En este caso, los paquetes de software de procesamiento brindan la posibilidad de recuperar los ciclos perdidos por medio de algoritmos especialmente diseñados para tal fin.

Si se integra la expresión (V-6) desde el tiempo  $t_0$  (que representa el instante de conexión) hasta una época genérica, se tendrá una cantidad que será la cuenta  $n$  de ciclos enteros desde  $t_0$ , más una fracción de ciclo menos la fracción de ciclo inicial, es decir:  $n + \phi - \phi(t_0)$

Se tendrá entonces:

$$\int_{t_0} (r\acute{e}plica - recibida) dt = n + \phi - \phi(t_0)$$

luego

$$\int_{t_0} \frac{\rho'}{\lambda} dt = \frac{[\rho - \rho(t_0)]}{\lambda} = n + \phi - \phi(t_0)$$

y

$$\frac{\rho}{\lambda} = \frac{\rho(t_0)}{\lambda} + n + \phi - \phi(t_0) \quad (V-7)$$

Teniendo en cuenta que

$$\frac{\rho(t_0)}{\lambda} = N + \phi(t_0)$$

resulta

$$\frac{\rho}{\lambda} = N + n + \phi$$

efectuando el reemplazo

$$\Phi = n + \phi$$

se obtiene la ecuación de observación ideal

$$\frac{\rho}{\lambda} = N + \Phi \quad (V-8)$$

donde:

$N$ : es la ambigüedad correspondiente a **un satélite** observado desde **una estación** a partir de **una época**.

y

$\Phi$  : es el **observable de fase**

La distancia  $\rho$  se puede expresar como:

$$\rho = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$$

donde las coordenadas del satélite j-ésimo  $(x_j, y_j, z_j)$  son valores datos que los provee el sistema a través del mensaje de navegación.

Luego, la ecuación (V-8) contendrá para una época, un receptor y un satélite, 4 incógnitas: las coordenadas del receptor i-ésimo  $(x_i, y_i, z_i)$  y la ambigüedad inicial correspondiente al satélite mencionado  $N$ .

Resulta fácil deducir que en el caso de fase, a diferencia de lo que ocurre con código, si se observa simultáneamente otro satélite se agregará una ecuación pero también se adicionará una nueva incógnita: la ambigüedad correspondiente a ese satélite.

Por lo tanto para conformar un sistema donde el número de ecuaciones sea mayor o igual al número de incógnitas, se tendrán que realizar observaciones que contemplen mas de una época. En general será válido que siendo

$n_j$  : el número de satélites

$n_t$  : el número de épocas

el sistema quedará conformado por

$n_j \cdot n_t$  ecuaciones

y

$3 + n_j$  incógnitas

para que el sistema de ecuaciones tenga solución será condición necesaria que

$$n_j \cdot n_t \geq 3 + n_j$$

Para una sola época ( $n_t = 1$ ) la solución sería posible sólo si la ambigüedad inicial es conocida. En ese caso el modelo de fase sería equivalente al de código y se obtendría solución para  $n_j \geq 4$ . Esta característica es utilizada en levantamientos dinámicos donde la ambigüedad inicial es provista por procedimientos de inicialización y esta ambigüedad se mantiene para toda la sesión mientras el receptor ocupa diferentes puntos (Ver 5.6).

### 5.3.2 *Observable real*

Como en toda medición de una magnitud física y conforme ya se citó en el capítulo III, la medida de la distancia satélite-receptor es influenciada por errores accidentales y sistemáticos que dependen de la precisión con que se correlacionan las portadoras del satélite y del receptor (ruido), de cierta imprecisión en las coordenadas de los satélites, de la desincronización de los relojes del satélite y del receptor respecto del tiempo GPS, de los efectos de la refracción en las capas atmosféricas que las señales de los satélites atraviesan, etc. Por lo tanto a la ecuación ideal (V-8) deberán adicionarse términos que representen a esos errores.

Como ejemplo mencionamos:

*Error de correlación o ruido:* es el error de carácter accidental originado en el receptor al producir la correlación o alineación de fases, más precisamente se puede decir que dicho error dependerá de la precisión con que el receptor es capaz de determinar  $\phi$ . Teniendo en cuenta que el error mencionado es del orden del 1% de la longitud de onda y que la longitud de las ondas portadoras son del orden de los 20 cm. tendremos que la potencialidad de precisión del método es muy alta ya que en principio se puede hablar de precisiones milimétricas.

*Error en los relojes:* el reloj del receptor y en menor medida el del satélite tienen una diferencia respecto del tiempo GPS que se denominan respectivamente  $\delta_i$  y  $\delta_j$ . La cantidad  $\Delta\delta = \delta_j - \delta_i$  influenciará la medida de la distancia en la cantidad  $c \Delta\delta$ , que dividida por  $\lambda$  se adicionará a la ecuación de observación:

$$\frac{\rho}{\lambda} = N + \Phi - \frac{c}{\lambda} \Delta\delta \quad (\text{V-9})$$

*Refracción atmosférica:* teniendo en cuenta que la señal no se propaga íntegramente en el vacío, sino que parte de su recorrido lo realiza a través de la atmósfera terrestre, se producirán alteraciones en el tiempo de recorrido de la onda que se representa con  $\Delta A$  y que incluye el efecto conjunto de la refracción ionosférica y troposférica. Agregando a (V-9) el término correspondiente:

$$\frac{\rho}{\lambda} = N + \Phi - \frac{c}{\lambda} \Delta\delta - \frac{c}{\lambda} \Delta A \quad (\text{V-10})$$

como

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

resulta

$$\frac{\rho}{\lambda} = N + \Phi - f \Delta\delta - f \Delta A \quad (\text{V-11})$$

La ecuación de observación (V-11) incluye los términos correspondientes a los efectos producidos por los errores en los relojes (satélite y receptor) y las alteraciones que se producen en los tiempos de recorrido de la señal al atravesar la atmósfera. Aunque en la ecuación (V-11) no se explicitan los errores orbitales, debe tenerse en cuenta que están implícitos en  $\rho$

## 5.4 Posicionando puntos con fases de la portadora

Adecuando la ecuación de observación (V-11) para el caso del satélite  $j$ -ésimo, el receptor  $i$ -ésimo y el instante  $t$  se obtiene:

$$\frac{1}{\lambda} \rho_{i,j}(t) = N_{i,j} + \Phi_{i,j}(t) - f_j \Delta\delta_{i,j}(t) - f_j \Delta A_{i,j}(t) \quad (\text{V-12})$$

Algunos de los errores sistemáticos pueden ser modelados y eliminados introduciendo los términos correctivos correspondientes en la ecuación de observación, otros pueden también ser eliminados mediante una adecuada combinación de las ecuaciones de observación.

Como se verá en (5.5.1.1), (5.5.1.2) y (5.5.1.3), diferenciando entre receptores se eliminan los errores específicos de los satélites y diferenciando entre satélites se eliminan los errores propios de los receptores.

Así es que si se utilizan las ecuaciones de dobles diferencias de fases se obtendrán soluciones, que con alta aproximación, están libres de errores sistemáticos originados en los satélites y en los receptores.

Con respecto a la refracción atmosférica, esto es solo cierto para bases cortas donde las mediciones de distancias en ambos extremos son afectadas igualmente. Como se verá en (5.7), cuando se trabaja con receptores de doble frecuencia, el efecto de la refracción atmosférica puede ser eliminado por una adecuada combinación de las observaciones obtenidas con cada una de ellas.

Como ya se señaló la influencia de algunos errores puede minimizarse siempre que se puedan modelizar.

En particular se analiza el término  $\Delta\delta_{i,j}(t) = \delta_j(t) - \delta_i(t)$  que representa la diferencia de los errores del reloj del satélite y del receptor para el instante  $t$ . Veamos cuantas incógnitas se van generando por cada observación. Cada receptor tiene implícita una incógnita  $\delta_i(t)$ , cada satélite adicional también adiciona una incógnita  $\delta_j(t)$ , por lo tanto a medida que se aumenta la cantidad de observaciones también aumentan las incógnitas, si a esto se adicionan las cuatro incógnitas ya mencionadas, entonces para un instante dado se tendrá siempre mas incógnitas que ecuaciones.

Las estaciones de control del sistema monitorean los relojes de los satélites determinando instante a instante su estado respecto de un oscilador tomado como patrón. Estas observaciones permiten, mediante el ajuste correspondiente, modelizar el comportamiento de cada satélite, determinando tres coeficientes polinómicos  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  para una época de referencia  $t_0$ . Luego la expresión:

$$\delta_j(t) = a_0 + a_1 (t-t_0) + a_2 (t-t_0)^2 \quad (\text{V-13})$$

permite calcular el error del reloj del satélite para la época  $t$  y por lo tanto aplicar la corrección correspondiente.

Ahora bien a partir de la ecuación de observación (V-14), en la cual por razones de simplicidad se ha excluido el término correspondiente a la refracción atmosférica, se puede realizar un análisis mucho más real. Considerando que  $n_j$  representa el número de satélites, y  $n_t$  al número de épocas, entonces el producto  $n_j \cdot n_t$  será el número de ecuaciones de observación generadas. Por otro lado el segundo miembro muestra que el número de incógnitas es  $3 + n_j + n_t$ .

$$\Phi_{i,j}(t) - f_j \delta_j(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{i,j}(t) - N_{i,j} - f_j \delta_i(t) \quad (\text{V-14})$$

Para obtener solución, el número de incógnitas no deberá ser mayor que el número de ecuaciones, por lo que se deberá cumplir la siguiente relación:

$$n_j \cdot n_t \geq 3 + n_j + n_t \quad (\text{V-15})$$

Para las aplicaciones estáticas donde el receptor  $i$  permanece estacionario durante un período de observación, en principio, la observación simultánea de 4 satélites no es estrictamente necesaria. Por ejemplo, considerando que sólo dos satélites son visibles ( $n_j = 2$ ), deberán realizarse las observaciones para un mínimo de 5 épocas ( $n_t = 5$ ) para lograr una solución única. Efectivamente aplicando (V-15) se tiene:

$$2 \cdot 5 \geq 3 + 2 + 5$$

En la práctica, sin embargo, casos como el planteado no dan buenos resultados porque el sistema de ecuaciones de observación queda mal condicionado, salvo que las épocas estén muy distanciadas (por ejemplo: horas) lo que vuelve a esta modalidad improductiva. Aunque estas observaciones son raras pueden imaginarse para circunstancias especiales, por ejemplo, para áreas urbanas con escasa visibilidad.

## 5.5 Posicionamiento relativo estático

El posicionamiento relativo estático consiste en determinar las coordenadas de un punto incógnita utilizando para ello las coordenadas de otro punto denominado base. Para ello se deben realizar observaciones

simultáneas a los mismos satélites desde ambos puntos durante un período de tiempo.

Suponiendo que el punto A es el punto base y el B es el punto incógnita, el resultado que se desea obtener en posicionamiento relativo son las componentes del vector entre ambos puntos, es decir:

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_{AB} \\ \Delta y_{AB} \\ \Delta z_{AB} \end{bmatrix}$$

Finalmente las coordenadas de B se obtienen con:

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_{AB} \\ \Delta y_{AB} \\ \Delta z_{AB} \end{bmatrix} \quad (\text{V-16})$$

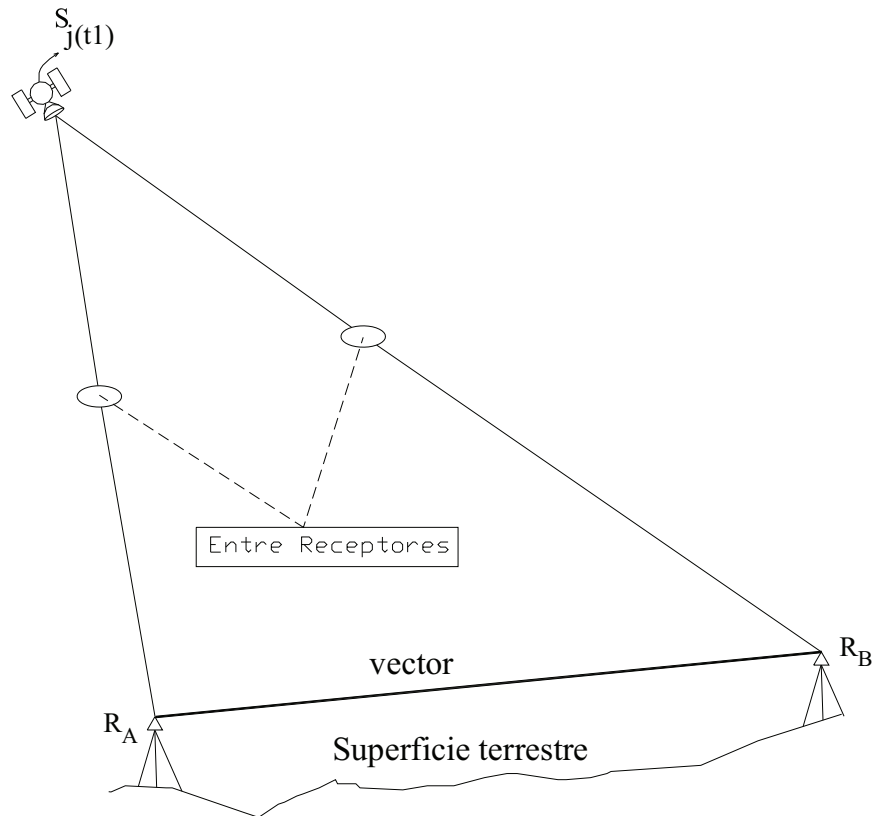
### 5.5.1 Diferencias de fase

Asumiendo entonces que se realizan observaciones simultáneas en dos puntos A y B a dos satélites j y k, se pueden formar nuevas ecuaciones como combinación lineal de las anteriores. A estas combinaciones lineales se las denomina simples diferencias, dobles diferencias y triples diferencias de fase.

Los errores sistemáticos incluidos en la ecuación de observación original presentan una fuerte correlación con las señales recibidas simultáneamente por diferentes receptores desde distintos satélites. La utilización de las ecuaciones de diferencias de fases mencionadas anteriormente utilizan estas correlaciones con el fin de lograr un aumento en las precisiones, posibilitando en algunos casos la eliminación y en otros la reducción de dichos efectos.

5.5.1.1 Simples diferencias

Se consideran dos receptores  $R_A$  y  $R_B$  ubicados respectivamente en los puntos A y B los que en la época  $t$  reciben la señal proveniente de un satélite  $j$  (Figura 6).



**Figura 6**

Aplicando la ecuación correspondiente para el punto A será:

$$\Phi_{A,j}(t) - f_j \delta_j = \frac{1}{\lambda} \rho_{A,j}(t) - N_{A,j} - f_j \delta_A(t) + f_j \Delta A_{A,j}(t)$$

La ecuación para el punto B:

$$\Phi_{B,j}(t) - f_j \delta_j = \frac{1}{\lambda} \rho_{B,j}(t) - N_{B,j} - f_j \delta_B(t) + f_j \Delta A_{B,j}(t)$$

Restando miembro a miembro ambas ecuaciones se obtiene:

$$\begin{aligned} \Phi_{B,j}(t) - \Phi_{A,j}(t) = & \frac{1}{\lambda} [\rho_{B,j}(t) - \rho_{A,j}(t)] - [N_{B,j} - NA_{A,j}] - \\ & - f_j [\delta_B(t) - \delta_A(t)] + f_j [\Delta A_{B,j}(t) - \Delta A_{A,j}(t)] \end{aligned}$$

En forma simplificada la expresión final de la ecuación correspondiente a las simples diferencias se escribe:

$$\Phi_{AB,j}(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,j}(t) - N_{AB,j} - f_j \delta_{AB}(t) + f_j \Delta A_{AB,j}(t) \quad (V-17)$$

donde:

$$\begin{aligned} \Phi_{AB,j}(t) &= \Phi_{B,j}(t) - \Phi_{A,j}(t) \\ \rho_{AB,j}(t) &= \rho_{B,j}(t) - \rho_{A,j}(t) \\ N_{AB,j} &= N_{B,j} - NA_{A,j} \\ \delta_{AB}(t) &= \delta_B(t) - \delta_A(t) \\ \Delta A_{AB,j}(t) &= \Delta A_{B,j}(t) - \Delta A_{A,j}(t) \end{aligned}$$

Comparando la ecuación de simples diferencias (V-17) con la ecuación (V-14), se observa que se han cancelado los efectos de los errores asociados al reloj del satélite, ya que dos receptores rastrean al mismo satélite en el mismo instante. No obstante todavía subsisten un gran número de incógnitas.

Las simples diferencias de fase también posibilitan una importante reducción de los errores orbitales y por refracción atmosférica (tropósfera e ionósfera). En casos en que la distancia entre los receptores es pequeña en comparación con los 20000 km de altura de los satélites, los efectos causados por los errores mencionados serán muy próximos y por lo tanto el término  $\Delta A_{AB,j}(t)$  será muy pequeño. El valor del término será función de la separación entre receptores.

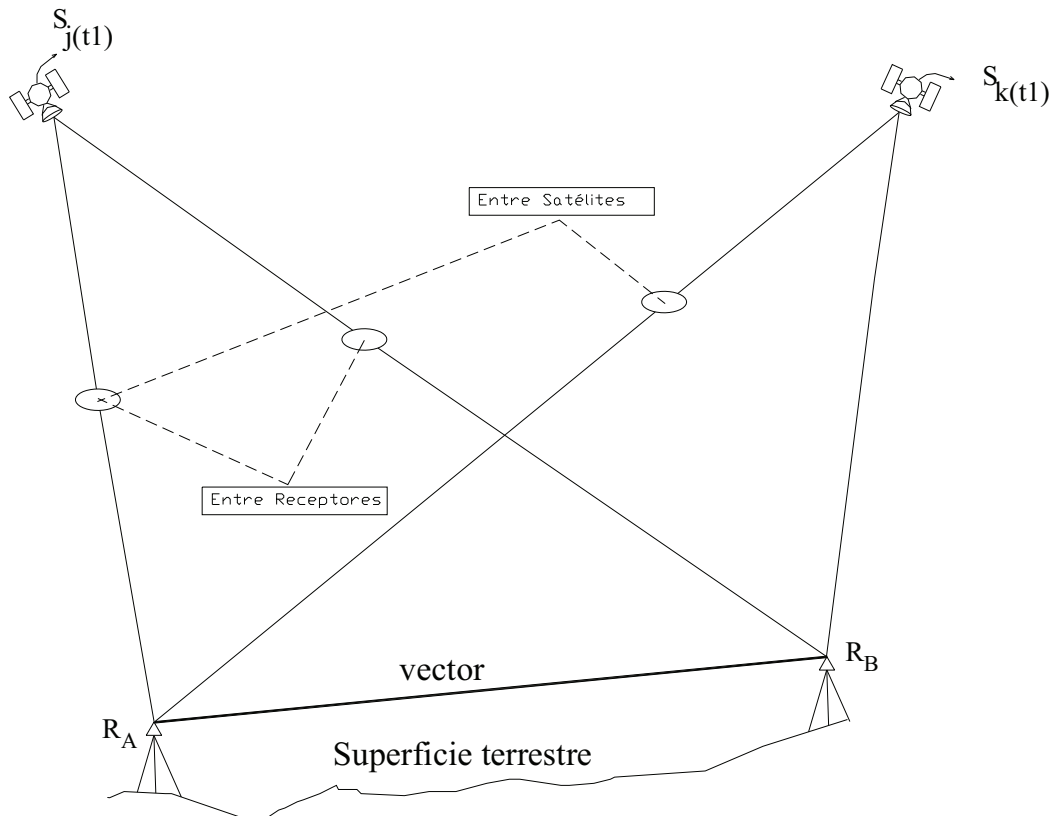
Para aplicaciones estáticas precisas, la desventaja de utilizar simples diferencias es que el término correspondiente al reloj del receptor todavía está presente y consecuentemente el número de incógnitas es muy grande.

Considerando 4 satélites observados durante 1 hora con un intervalo de 15 segundos, resultarán  $3 + 4 + 240 = 247$  incógnitas, lo que implica un sistema de ecuaciones normales muy grande. Esto puede reducirse modelizando el reloj del receptor (por ejemplo: modelo polinómico).

El número de ecuaciones de simples diferencias resultantes será, para el mismo ejemplo,  $4 \cdot 240 = 960$ .

### 5.5.1.2 Dobles diferencias

Aplicamos la ecuación de simples diferencias (V-17) para la época  $t$  correspondientes a dos receptores colocados en los puntos A y B, y a dos satélites  $j$  y  $k$  (Figura 7)



**Figura 7**

La ecuación de simples diferencias para el satélite j será:

$$\Phi_{AB,j}(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,j}(t) - N_{AB,j} - f_j \delta_{AB}(t) + f_j \Delta A_{AB,j}(t)$$

La ecuación de simples diferencias para el satélite k será:

$$\Phi_{AB,k}(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,k}(t) - N_{AB,k} - f_j \delta_{AB}(t) + f_j \Delta A_{AB,k}(t)$$

La diferencia de ambas ecuaciones utilizando además la notación abreviada proporcionará la ecuación correspondiente de dobles diferencias

$$\Phi_{AB,jk}(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,jk}(t) - N_{AB,jk} + f_j \Delta A_{AB,j}(t) \quad (\text{V-18})$$

donde:

$$\begin{aligned} \Phi_{AB,jk}(t) &= \Phi_{AB,j}(t) - \Phi_{AB,k}(t) \\ \rho_{AB,jk}(t) &= \rho_{AB,j}(t) - \rho_{AB,k}(t) \\ N_{AB,jk} &= N_{AB,j} - N_{AB,k} \\ \Delta A_{AB,jk}(t) &= \Delta A_{AB,j}(t) - \Delta A_{AB,k}(t) \end{aligned}$$

En este modelo se observa claramente que se han removido los errores provenientes de los relojes de los receptores.

Teniendo en cuenta que las dobles diferencias se construyen a partir de simples diferencias de fase, debe considerarse que ya se han eliminado los errores en los relojes de los satélites y reducido los efectos causados por la refracción atmosférica y los errores de los parámetros orbitales, pudiendo considerarse que para bases pequeñas (por ejemplo: <25 km), los errores mencionados son virtualmente eliminados.

El número de incógnitas en el procesamiento de dobles diferencias son:

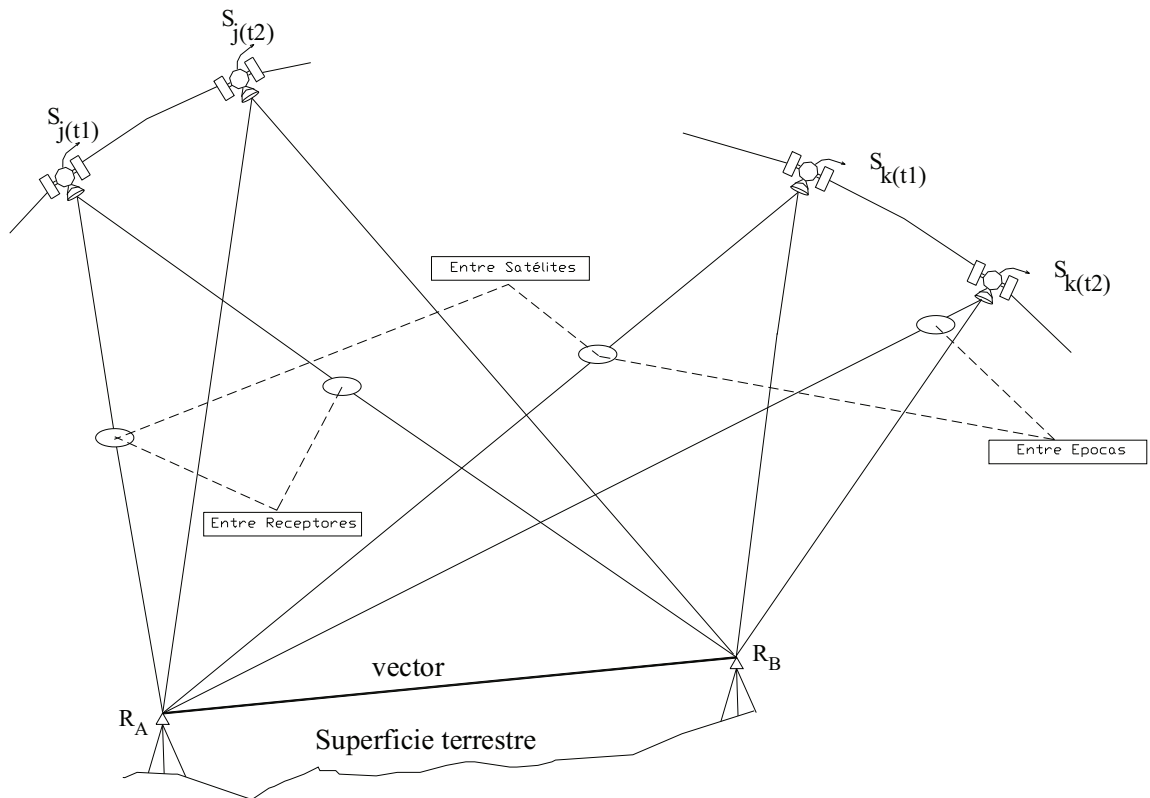
- 3 coordenadas
- $n_j$  ambigüedades

Si por ejemplo se observan 4 satélites durante una hora con intervalo de 15 segundos se obtendrá  $4 + 3 = 7$  incógnitas

El número de ecuaciones será:  $4 \cdot 240 = 960$ .

### 5.5.1.3 Triples diferencias

Hasta ahora solo se ha considerado una época  $t$ . Para eliminar la ambigüedad, que es independiente del tiempo, Remondi (1984) propuso diferenciar las dobles diferencias entre dos épocas  $t_1$  y  $t_2$  (Figura 8).



**Figura 8**

La ecuación de dobles diferencias (V-18) para la época  $t_1$  será:

La que corresponde a la época  $t_1$  será:

$$\Phi_{AB,jk}(t_1) = \frac{1}{\lambda} (N_{AB,jk} + f_j \Delta A_{AB,jk}(t_1))$$

La que corresponde a la época  $t_2$

$$\Phi_{AB,jk}(t_2) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,jk}(t_2) - N_{AB,jk} + f_j \Delta A_{AB,jk}(t_2)$$

Haciendo la diferencia de ambas ecuaciones se obtendrá la ecuación de triples diferencias.

$$\Phi_{AB,jk}(t_1 t_2) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,jk}(t_1 t_2) + f_j \Delta A_{AB,jk}(t_1 t_2) \quad (\text{V-19})$$

donde:

$$\begin{aligned} \Phi_{AB,jk}(t_1 t_2) &= \Phi_{AB,jk}(t_2) - \Phi_{AB,jk}(t_1) \\ \rho_{AB,jk}(t_1 t_2) &= \rho_{AB,jk}(t_2) - \rho_{AB,jk}(t_1) \\ \Delta A_{AB,jk}(t_1 t_2) &= \Delta A_{AB,jk}(t_2) - \Delta A_{AB,jk}(t_1) \end{aligned}$$

Se puede observar que en el modelo de triples diferencias se eliminan las incógnitas de ambigüedad y también está exento de los errores previamente suprimidos en las simples y dobles diferencias. La única información que queda en este modelo es la relativa a las posiciones de los satélites y de los receptores, por lo que el sistema de ecuaciones tendrá solo 3 incógnitas. El número de ecuaciones para el ejemplo ya mencionado será  $4 \cdot 240 = 960$ .

Generalmente este procesamiento es menos preciso que el de dobles diferencias (incrementa el ruido de la medición).

Después de haber desarrollado los modelos matemáticos de los algoritmos de fases simples, simples diferencias, dobles diferencias y triples diferencias, se puede decir que las sucesivas diferencias contribuyen de dos maneras a la solución: reduciendo el número de incógnitas de la ecuación de observación original y eliminando o minimizando los efectos de los errores sistemáticos. Como contrapartida produce una disminución en la precisión de las soluciones.

En las simples diferencias de fase hay que abordar el problema de

invertir una matriz de gran tamaño originada por las numerosas incógnitas de tiempo (una por época). En general se utiliza este método para obtener coordenadas siempre y cuando se cuenten con buenos valores a priori de las correcciones del reloj del receptor y del satélite, y pueda aprovecharse la naturaleza entera de  $N$ .

En cuanto a los algoritmos de las ecuaciones de dobles y triples diferencias son más simples que los correspondientes a simples diferencias ya que disminuyen drásticamente la cantidad de incógnitas. Por otro lado tienen el inconveniente que aumentan las correlaciones de las observaciones.

En particular las triples diferencias proveen una solución rápida de las coordenadas, pero con fuertes problemas de correlación lo que hace disminuir la precisión de los resultados. En general esta solución es utilizada como dato de entrada en los otros métodos.

Los paquetes de software comerciales para procesamiento relativo generalmente utilizan las dobles diferencias de fases que normalmente permiten obtener soluciones fijas (ambigüedades enteras) cuando los vectores no son largos.

### ***5.5.2 La resolución de ambigüedades***

En resumen, se puede decir que cuando se utiliza el observable fase la precisión que se puede lograr es mucho mejor que la que se logra con el uso de códigos pero aparece el problema de las ambigüedades cuya resolución requerirá de tiempos de observación mucho más prolongados y de procedimientos de medición y de cálculo considerablemente más complejos.

Es importante en este punto tener en cuenta que la ambigüedad inicial inherente a la medición con fase es un número entero y depende del par receptor-satélite. No habrá dependencia del tiempo siempre que no haya pérdida de señal durante la sesión.

Dependiendo del tipo de ecuación de observación utilizada, en primer término, las incógnitas (coordenadas, parámetros de los relojes, errores orbitales, etc.) son estimadas junto con las ambigüedades en un

ajuste común. En esta aproximación los errores no considerados o defectuosamente modelados afectan a todas las incógnitas calculadas. Por eso es que en la primera aproximación las ambigüedades resultantes no serán números enteros sino que resultarán números reales, por lo tanto las coordenadas obtenidas constituyen lo que se denomina *solución flotante*.

Como ya se mencionó la gran mayoría de los paquetes de software comerciales utilizan las ecuaciones de dobles diferencias de fase donde las incógnitas presentes son las coordenadas y las ambigüedades. En general las estrategias de cálculo utilizadas se basan en tratar de aprovechar la naturaleza entera de las ambigüedades. En ese sentido se utilizan procedimientos para calcular primero las ambigüedades enteras, las que una vez obtenidas se reemplazan en el sistema de ecuaciones, quedando por lo tanto únicamente como incógnitas las coordenadas. Siguiendo este camino de cálculo, una vez resuelto el sistema, se obtiene la posición del punto con una precisión sensiblemente mejor. El problema de calcular las ambigüedades enteras con sesiones de observación lo más cortas posibles, requiere de procedimientos de cálculo avanzados que evolucionan continuamente ya que actualmente son objeto de investigación.

A modo de ejemplo mencionamos un conjunto de pasos sucesivos necesarios para resolver ambigüedades:

- 1) Si a priori se determinan los valores aproximados de las coordenadas del punto (triples diferencias, código P, etc.), se podrá definir una esfera alrededor del mismo cuyo radio se trata de determinar de tal manera de garantizar que todas las soluciones posibles caigan dentro de ella.
- 2) Para lograr soluciones basadas en ambigüedades enteras será necesario realizar ajustes secuenciales tendientes a lograr estimaciones cada vez más cercanas a números enteros.
- 3) Así todos los grupos de ambigüedades enteras que proporcionen soluciones que caen dentro de la esfera serán válidos. Se obtendrá entonces un conjunto de soluciones posibles denominadas *soluciones candidatas* entre las cuales se elige la mejor.

Teniendo en cuenta que las longitudes de ondas de las portadoras son del orden de los 20 cm, se podrá llegar a definir el mejor grupo de ambigüedades si se logra reducir el radio de la esfera hasta que sea menor que la longitud de onda de la portadora. En levantamientos estáticos esto es posible reuniendo suficiente cantidad de observaciones, es decir, con sesiones suficientemente largas.

Además es sencillo intuir que si la longitud de onda fuera mayor, menor será el tiempo necesario para resolver ambigüedades ya que para la misma región de incertidumbre la cantidad de soluciones candidatas será menor.

## **5.6 Posicionamiento relativo dinámico**

Las técnicas de posicionamiento estáticas se utilizan frecuentemente debido a que permiten alcanzar las máximas precisiones.

En los últimos años han adquirido gran importancia los denominados métodos de medición cinemáticos o dinámicos en los cuales mientras el receptor base se mantiene fijo, el receptor remoto se desplaza rápidamente de un punto a otro. Esta modalidad de posicionamiento se caracteriza por una productividad muy superior a la de los métodos estáticos permitiendo lograr además precisiones aceptables para una gran cantidad de aplicaciones.

En estos casos la resolución de ambigüedades requiere de un tratamiento especial.

### ***5.6.1 Método cinemático puro***

Este método tiene como objetivo el relevamiento de una línea en forma continua, como por ejemplo el perímetro de una isla, la traza de una ruta, incluyendo numerosas aplicaciones aéreas y marítimas.

Para que este método resulte exitoso se tienen que cumplir dos condiciones

- a) Se debe realizar un proceso de inicialización, es decir, calcular las ambigüedades iniciales antes de comenzar el movimiento. Es-

to se puede lograr, por ejemplo, mediante una determinación estática ordinaria.

- b) Sin apagar el receptor, se efectúa el recorrido correspondiente, debiéndose mantener las señales provenientes de al menos cuatro satélites sin pérdidas de ciclos. Esto permitirá utilizar las ambigüedades iniciales previamente obtenidas, en el cálculo de los puntos sucesivos.

Si durante el recorrido una o más veces, por algún tipo de obstrucción, se pierde la comunicación será necesario realizar nuevamente una inicialización

### **5.6.2 Método Stop & Go**

El objetivo de este método es la determinación de coordenadas de puntos discretos con gran rapidez.

El mismo consiste en estacionar un receptor en la base mientras que el otro se va trasladando de punto en punto con la particularidad de que se detiene en cada uno durante un tiempo muy breve (segundos o a lo sumo algunos minutos).

En este método también se debe mantener la recepción continua de la señal, luego de determinar las ambigüedades iniciales.

En caso que la recepción se interrumpa se pueden recuperar las ambigüedades retornando al punto anteriormente ocupado, evitándose así la reinicialización.

Se recuerda que cuando se utilizan las dobles diferencias de fase las incógnitas presentes son las ambigüedades iniciales y las coordenadas del receptor remoto, por lo tanto si previamente se resuelven las ambigüedades el cálculo de las coordenadas será inmediato (similar al caso de código).

### **5.6.3 Método OTF**

La aplicabilidad de los métodos 5.6.1 y 5.6.2 está limitada por la existencia de obstáculos como túneles, densa arboleda, puentes, etc., ya

que producen cortes en las señales recibidas y por lo tanto se pierden las ambigüedades iniciales, siendo necesario en estos casos volver a determinarlas.

Dentro de los métodos dinámicos el más potente en la actualidad, es sin duda, el denominado *OTF* (on the fly) que permite la *resolución de ambigüedades en movimiento*.

Este método ha surgido como consecuencia del gran avance que en los últimos tiempos han experimentado las técnicas de procesamiento dinámico. Esta técnica, originalmente fue aplicada exclusivamente a cálculos de alta precisión a partir de datos obtenidos de receptores de doble frecuencia y código P.

La principal diferencia con los métodos de procesamiento tradicionales estriba en que el método OTF utiliza el denominado filtro de Kalman. El filtro de Kalman permite estimar posiciones con precisión creciente, mientras el receptor está en movimiento, hasta que la precisión lograda es tal que permite calcular las ambigüedades y de esa manera poder computar las coordenadas definitivas. El tiempo necesario para lograr determinar las ambigüedades se denomina *tiempo de refinamiento o de convergencia*.

Cuando el procesamiento se realiza con datos provenientes de receptores L1/L2/P, se obtienen los mayores rendimientos, ya que ante eventuales pérdidas de ciclos es posible recuperar las ambigüedades rápidamente. Por ejemplo, para una base corta es posible fijarlas en menos de dos minutos.

El método OTF también es aplicable a datos provenientes de receptores L1. El inconveniente que tiene es que los tiempos de refinamiento deberán ser mayores. En estos casos se logra determinar ambigüedades, por ejemplo, en un tiempo 10 veces mayor que con L1/L2/P. Esto se debe fundamentalmente a que al disponer solamente de L1 no es posible realizar combinaciones lineales tales como Wide Lane (ver 5.7). Además el nivel de ruido es mayor ya que tampoco puede suprimirse totalmente el efecto ionosférico.

## 5.7 Combinaciones lineales de fase

Si los receptores utilizados para realizar las observaciones permiten disponer de las portadoras L1 y L2 la situación cambia significativamente ya que es posible construir combinaciones lineales de los dos observables

Genéricamente una combinación lineal se puede expresar como:

$$\Phi = n_1 \Phi_1 + n_2 \Phi_2 \quad (\text{V-20})$$

donde  $n_1$  y  $n_2$  son números arbitrarios. Teniendo en cuenta que

$$\Phi_i = f_i t$$

Reemplazando en (V-20) se tiene:

$$\Phi = n_1 f_1 t + n_2 f_2 t = f t$$

de donde resulta que:

$$f = n_1 f_1 + n_2 f_2 \quad \text{y} \quad \lambda = \frac{c}{f} \quad (\text{V-21})$$

son respectivamente la frecuencia y la longitud de onda correspondiente a la combinación lineal.

Eligiendo adecuadamente los valores de los coeficientes  $n_1$  y  $n_2$  se pueden lograr nuevas ecuaciones con portadoras equivalentes de características particulares que permitan la resolución de problemas específicos.

Por ejemplo adoptando  $n_1 = 1$  y  $n_2 = -1$  se obtendrá la combinación denominada *wide lane* (banda ancha) cuya longitud de onda equivalente será:

$$\lambda = \frac{c}{f_1 - f_2} = 86.2 \text{ cm}$$

Esta combinación lineal denominada  $L_{L_1-L_2}$ , al disponer de una longitud de onda mayor, se utiliza para lograr una disminución de las soluciones candidatas posibilitando así determinaciones de ambigüedades más eficientes ya que requieren períodos de observación sustancialmente más cortos.

Como contrapartida es posible demostrar que esta combinación lineal producirá un ruido de observación y un efecto ionosférico mayor, por lo tanto deberá tenerse en cuenta que la precisión obtenida con  $L_{L_1-L_2}$  será menor que la que se obtendría con  $L_1$ , no siendo conveniente utilizarla en vectores largos debido fundamentalmente al efecto de la ionósfera.

Luego de la solución obtenida con *wide lane* generalmente se intenta calcular las ambigüedades sobre otra combinación lineal denominada *narrow lane* o  $L_{L_1+L_2}$  (banda angosta) que se obtiene con  $n_1 = n_2 = 1$  lo que proporcionan una longitud de onda

$$\lambda = \frac{c}{f_1 + f_2} = 10.7 \text{ cm}$$

La solución que se logra con esta combinación lineal tiene un bajo nivel de ruido pero el efecto ionosférico tiene la misma magnitud que en la anterior, lo que también limita su utilización a vectores cortos.

Otra combinación lineal muy utilizada es la denominada *libre de ionósfera* o  $L_0$  que se obtiene con  $n_1 = 1$  y  $n_2 = -f_2 / f_1$ . Planteada la ecuación de observación para este nuevo observable se puede demostrar que se cancela el término correspondiente al efecto ionosférico. Otra consecuencia de esta combinación lineal es que las ambigüedades resultantes no son enteras. Por estas características  $L_0$  se utiliza fundamentalmente en vectores largos en los cuales el efecto ionosférico diferencial no se puede despreciar.

## 5.8 Precisiones

### 5.8.1 Posicionamiento estático

Según se ha señalado, al utilizar como observable la fase de la portadora, un ciclo o fase completa equivale a una longitud de onda, que en

GPS es de 19,05 cm (L1) o de 24,45 cm (L2). La tecnología disponible, cuando mide el observable de fase, está en condiciones de apreciar la centésima parte de la fase completa, esto significa que si se dispusieran de métodos de observación y cálculo adecuados para eliminar todas las otras fuentes de error que influyen en la medición se podría llegar a determinar la distancia satélite-receptor con una precisión del orden de los 2 mm.

Lo planteado en el párrafo anterior responde a una situación ideal, ya que es imposible eliminar totalmente la influencia de todas las causas de errores sistemáticos. No obstante, si de alguna manera queremos tipificar la precisión propia de GPS con fases de la portadora podríamos utilizar la expresión:

$$\sigma = \pm(5mm + 10^{-6} \cdot D) \quad (V-22)$$

donde:  $D$  es la distancia entre receptores.

La expresión (V-22) es válida para el método estático, con una sola frecuencia y dentro de un radio de 30 Km., con efecto multipath mínimo y siempre que la medición se realice con un buen PDOP.

En la medida que varían los métodos, tipos de receptor y distancias, varían también las precisiones obtenidas.

### **5.8.2 Posicionamiento dinámico**

En la búsqueda por mejorar el rendimiento de los trabajos realizados con GPS manteniendo el orden de las precisiones que posibilita la medición con fase, se han desarrollado métodos dinámicos de medición, dentro de los cuales existen las siguientes variantes ya descritas en (5.6):

- Método cinemático puro
- Método Stop & Go
- Método OTF

Las precisiones obtenibles con los métodos dinámicos en función del tipo de receptor, para distancias cortas,  $PDOP < 4$ , 6 satélites visibles y efecto multipath mínimo puede estimarse en:

<i>Método</i>	<i>Receptor</i>	<i>Precisión</i>	<i>Observaciones</i>
<i>Cinemático Pu- ro</i>	<i>L1</i>	<i>&lt;4cm</i>	<i>Limitaciones ope- rativas importantes</i>
<i>Stop&amp;Go</i>	<i>L1</i>	<i>&lt;4cm</i>	<i>Limitaciones opera- tivas intermedias</i>
<i>OTF</i>	<i>L1</i>	<i>&lt; 10cm</i>	<i>Productividad máxima</i>
<i>OTF</i>	<i>L1/L2/P</i>	<i>&lt; 4cm</i>	<i>Productividad máxima</i>

### ***5.8.3 Mejoramiento de la precisión en vectores largos***

Cuando se determinan coordenadas mediante posicionamiento relativo, en la medida que aumenta la distancia entre el receptor base y el remoto deja de ser válida la suposición de que ambas señales sufren similar alteración por atravesar el mismo sector de la atmósfera (en particular de la ionósfera). Esta consideración también es válida para los errores orbitales.

#### ***5.8.3.1 Efecto ionosférico***

Se cuenta con un modelo de ionósfera provisto por el sistema, que elimina en parte la influencia del retardo atmosférico en la determinación de coordenadas.

Actualmente, a partir de datos provenientes de estaciones permanentes GPS es posible calcular correcciones ionosféricas regionales y ponerlas a disposición de los usuarios para aplicarlas a las observaciones. Este tipo de correcciones tiene gran importancia cuando se utilizan receptores L1 ya que de esta manera permiten ampliar el rango de medición

En el caso de disponer de receptores de doble frecuencia (L1 y L2) es posible, utilizando la combinación lineal de fases adecuada eliminar el efecto ionosférico que permite extender la longitud del vector a centenares de kilómetros.

### 5.8.3.2 Efectos orbitales

En vez de utilizar las efemérides transmitidas (posiciones de los satélites) contenidas en el mensaje de navegación enviado por cada satélite (las cuales son el resultado de una extrapolación) se pueden utilizar las denominadas *efemérides precisas*, obtenidas por el sistema mediante el rastreo de la posición efectiva de los satélites, las cuales están disponibles en Internet. El usuario puede acceder a las mismas e introducirlas en el cálculo, disminuyendo así la incidencia en el resultado final de los errores atribuibles a los satélites.

## 5.9 Coordenadas en tiempo diferido o real

El posicionamiento relativo en tiempo diferido consiste, como ya se sabe, en efectuar los cálculos de coordenadas a posteriori de las observaciones, para lo cual es necesario previamente transferir los archivos de observación a una computadora.

Aunque la obtención de coordenadas en tiempo real es un concepto que ya fue desarrollado en el capítulo IV para el caso de observaciones de código C/A, cabe señalar que las características propias del posicionamiento con fase requiere de un procedimiento sustancialmente más complejo que el anterior.

En este caso el equipo ubicado en la base debe transmitir al remoto los archivos de observaciones y el equipo remoto deberá poseer la capacidad de procesar sus propias observaciones con la información recibida determinando así la posición relativa entre ambos.

Es conocido que la posibilidad de obtener las posiciones precisas en el momento de la observación resulta ventajosa en tareas de relevamiento, pero es esencial cuando se trata de replanteos.

En el caso de observaciones de fase podrán efectuarse replanteos con precisión centimétrica. La principal limitante de esta metodología de medición la constituye el alcance de la necesaria conexión radial entre

base y remoto, acotando la longitud del vector, al menos por ahora, a un radio del orden de 10 km.

Es habitual denominar con RTK (Real Time Kinematics) a los sistemas de tiempo real que utilizan observaciones de fase.

# Georreferenciación

## 6.1 Conceptos básicos

La **georreferenciación** consiste en la identificación de todos los puntos del espacio (aéreos, marítimos o terrestres; naturales o culturales) mediante coordenadas referidas a un único sistema mundial.

La materialización oficial de ese sistema en la Argentina la constituye POSGAR 94 (Marco de referencia geodésico para la República Argentina por resolución del Instituto Geográfico Militar - mayo de 1997).

La georreferenciación resuelve dos grandes cuestiones simultáneamente:

- a) permite conocer la forma, dimensión y ubicación de cualquier parte de la superficie terrestre o de cualquier objeto sobre ella
- b) permite vincular información espacial proveniente de distintas fuentes y épocas, condición necesaria para el desarrollo de los sistemas de información territoriales o geográficos.

**La idea de vincular los puntos de la superficie terrestre a un único sistema de referencia no es nueva.**

Muchas veces se planteó que la falta de una red de apoyo suficientemente densa lo hacía impracticable. Lo cierto es que con tales argumentos, válidos o no tanto, se desarrolló una especie de contracultura de la georreferenciación, al punto tal que en Argentina no se vinculaba ni la mensura de un campo en el medio del cual había un enorme punto trigonométrico del Instituto Geográfico Militar.

De tal modo las referencias siguieron siendo los ejes de rutas, vías férreas, ejes de calles; referencias en general geoméricamente precarias y de dudosa validez legal.

Lo nuevo es que a partir de las tecnologías actuales (principalmente GPS) es posible utilizar un sistema de referencia único (que por otra parte es mundial) y obtener una relación costo-beneficio totalmente favorable.

La georreferenciación no se reduce simplemente a usar GPS.

Se puede georreferenciar sin usar GPS (la geodesia lo viene realizando hace varios siglos) y también se puede usar GPS sin georreferenciar, utilizando sólo su posibilidad de obtener distancias y ángulos.

De hecho esto último es lo que pasa con mediciones de extensiones importantes (por ejemplo campos o islas) en las cuales el uso de GPS es inevitable por razones económicas, pero que, sin embargo, una vez terminados los cálculos, sólo se registran lados y ángulos (que son necesarios) pero desechando las coordenadas obtenidas que son las que pueden permitir, si se tomaron elementales precauciones, posicionar el inmueble en forma precisa.

El uso de la georreferenciación se viene expandiendo aceleradamente. Tal es el caso de las obras viales, sobre todo las más importantes, en las cuales la posición de cada elemento de la obra se define por sus coordenadas.

Otro ámbito en que la georreferenciación pasa a tener un papel de primer orden es el agro, sobre todo en la pampa húmeda, donde operan estaciones permanentes GPS, con alcance de centenares de kilómetros, o sistemas de enlace satelital, para posicionar la maquinaria agrícola suscripta al servicio.

El Catastro Territorial moderno apela cada vez más a la georreferenciación para identificar las parcelas de propiedad territorial.

Para que la georreferenciación pueda expandirse ampliamente, dando lugar a toda su potencialidad, es necesario contar con un sistema de apoyo adecuado, el que puede estar integrado por distintos tipos de componentes:

- puntos con coordenadas, de acceso público, ubicados a no más de 40 km entre sí y que cuenten con referencia acimutal,
- estaciones permanentes, que permitan corregir las observaciones efectuadas por el usuario, ya sea en tiempo real o diferido,
- transmisión de efemérides precisas,
- sistemas de comunicación satelital para transmisión de correcciones.

La implementación de la georreferenciación requiere ciertas normativas. No olvidemos que pretendemos correlacionar información procedente de distintas fuentes, lo que requiere criterios compatibles y el uso de un lenguaje común.

Nos proponemos colaborar en la clarificación de algunos conceptos como:

Error  
Exactitud  
Precisión  
Tolerancia  
Compensación  
Mínimos cuadrados  
Varianza-covarianza  
Elipse de error

Resulta de utilidad contar con la publicación “Estándares Geodésicos - Sistema de Posicionamiento Global”, editada por el Instituto Geográfico Militar en 1996.

## **6.2 La medida**

Medir consiste en cuantificar, dar un valor numérico a algún atributo propio de un objeto o cosa; por ejemplo podemos medir longitud, temperatura, velocidad, etc.

Obtener una medida es un proceso en el que intervienen el hom-

bre y los medios que dispone para tal fin (es decir sus conocimientos, su habilidad y su instrumental).

Nadie puede pretender que los mismos alcancen el grado de perfección absoluta, por lo que la medida que se obtiene es siempre una aproximación afectada de algún **error** por pequeño que este sea.

Es tan importante saber la cuantificación de una medida, por ejemplo una longitud, como saber la calidad que la acompaña, es decir su margen de error o incertidumbre, lo que comúnmente llamamos **precisión**.

Generalmente es necesario obtener medidas de una determinada calidad, es decir de una precisión acorde al trabajo que se realiza.

Veamos un repaso de algunas nociones básicas.

En primer lugar, cuando hablamos de errores en las mediciones, nos estamos refiriendo a todos aquellos factores propios de la medición. Por lo tanto dejamos de lado las equivocaciones que un calculista u operador pueda cometer, como por ejemplo estacionar en un punto equivocado, modificar una cifra al transcribirla, partir de un dato incorrecto, etc., que son factores que no responden a ninguna ley o estudio posible (salvo, en todo caso, los de orden psicológico).

Del mismo modo dejamos de lado todas las imperfecciones del proceso de medición producto de la acción de operadores inhábiles o irresponsables, independientemente de que el perjuicio ocasionado sea de mayor o menor cuantía.

En definitiva no consideramos ni las **equivocaciones**, ni la **información errónea**.

Cuando hablamos de errores consideramos que el operador está trabajando correctamente dentro de las posibilidades que su instrumental le permite.

En tales condiciones consideramos dos tipos de errores: sistemáticos y accidentales.

### **6.2.1 Errores sistemáticos**

Son aquellos que responden a una ley física. Su influencia puede ser constante, como en el caso de una cinta métrica defectuosa, o puede ser variable, por ejemplo la dilatación de la cinta que varía con la temperatura.

Los errores sistemáticos afectan la exactitud de las medidas, las alejan del valor “exacto” o “verdadero” (mas allá de que en general ese valor es en definitiva desconocido en la mayoría de los casos).

No debe confundirse, entonces, exactitud (que depende de los errores sistemáticos) con precisión, que se refiere mas bien a la calidad de la medición y depende de otros factores (como son los errores accidentales y la configuración adoptada).

En GPS son típicos los errores sistemáticos de reloj de receptor y satélite, los de efemérides, los que devienen de la propagación atmosférica y el llamado efecto de "multicamino" consistente en la reflexión de las señales en superficies próximas al receptor.

Con respecto a los errores sistemáticos existen tres opciones para eliminar o minimizar su influencia:

a) eliminar la causa:

Cuando se conoce la misma y se la puede eliminar. En GPS sería el caso en que reemplazamos las efemérides transmitidas por las precisas,

b) corregir la medida:

Cuando se conoce cual es el error (o su influencia) y se puede corregir el valor de la medida una vez que ha sido tomada. En GPS es común calcular el error de posicionamiento en una estación de coordenadas conocidas y aplicar la corrección respectiva para una estación próxima (que opera en el mismo instante y con los mismos satélites),

c) eliminar la influencia por métodos operativos:

Es típico en GPS cuando se utilizan 4 satélites en vez de 3 para eliminar la influencia del error de reloj de receptor.

### **6.2.2 Errores accidentales**

Dejando de lado las equivocaciones y suponiendo eliminados los errores sistemáticos, subsisten sin embargo, los llamados errores accidentales o aleatorios. Sabemos por nuestra experiencia que reiterando varias veces una medición no nos encontramos siempre con el mismo resultado. Surgen pequeñas variaciones, aún extremando al máximo posible las precauciones e intentando repetir las condiciones y el método de la medición.

Es que ni los operadores ni los instrumentos son perfectos y las condiciones ambientales inevitablemente varían, aunque sea imperceptiblemente.

Como consecuencia de ello aparece siempre algún grado de dispersión de los resultados. Su causa son los llamados **errores accidentales**, los cuales tienen dos características:

#### **inevitabilidad y comportamiento aleatorio**

La famosa “campana de Gauss”, que permite estudiar el comportamiento de los errores accidentales, se basa en ciertos postulados:

- el promedio es el valor más probable
- son igualmente probables errores positivos o negativos
- los errores pequeños son mas frecuentes que los grandes.

### **6.2.3 Precisión**

Cuando se trata de mediciones reiteradas de la misma magnitud y

en condiciones similares, adoptamos el promedio como el mejor valor que podemos obtener. Con este concepto podemos responder a la primera parte de nuestro requerimiento consistente en otorgar un valor, una cantidad, a la medida que estamos buscando ¿pero cuál será su calidad, su precisión?

Para ello recurrimos a un concepto estadístico: el uso de un estimador de la precisión, que en nuestro caso no es otro que el conocido

### **error medio cuadrático o desvío estándar**

v: residuo                      n: número de observaciones

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}} \quad \text{donde el subíndice } i \text{ varía desde el valor 1 hasta el valor } n$$

Para obtener el mismo, primero se calcula el valor promedio de las observaciones y después los residuos, es decir la diferencia de cada observación con respecto al promedio; la sumatoria de los cuadrados de los residuos, dividida por (n-1) y extraída la raíz, nos brinda el estimador de la precisión que estamos buscando.

Ese valor caracteriza, da una idea de cual es la precisión típica de cada medición que hacemos con ese instrumental y en esas condiciones.

¿Cuál es el significado estadístico del valor  $\sigma$ ?

**$\sigma$  abarca el 68% de los casos** (aproximadamente dos de cada tres medidas tienen un desvío inferior al valor de  $\sigma$ ).

#### ***6.2.4 Precisión del promedio***

Ahora bien, si hacemos varias mediciones, la precisión de cada una es la que hemos señalado, pero la precisión del promedio es mejor

cuanto mayor sea el número de observaciones, de modo tal que responde a la fórmula:

$$\sigma (\text{ del promedio } ) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

donde n indica el número de observaciones

### **6.2.5 Tolerancia**

Recordemos que para descartar algunas de las medidas (que aparentan ser el producto de alguna equivocación) debemos fijar un criterio llamado tolerancia, para el cual suele adoptarse el valor

$$T = 2,5 \cdot \sigma$$

lo que implica aceptar como válidos prácticamente el 99 % de los casos posibles. Cuando el residuo de una observación, respecto al promedio, excede el valor de la tolerancia, se supone que ha intervenido alguna causa extraña y corresponde descartar la observación.

### **6.2.6 Propagación de errores y configuración**

Una cosa es la precisión de una medición (o del promedio de varias) y otra cosa es la precisión de un trabajo en que intervienen mediciones de distinto tipo, con diferente instrumental y con precisiones diversas cada uno de ellos.

En tales casos la precisión final depende de la propagación de errores y de la configuración adoptada.

Cuando se quiere garantizar la calidad de un trabajo es imprescindible la sobreabundancia de observaciones. En tales condiciones es posible aplicar técnicas de “ajuste” o “compensación”, las que permiten optimizar el trabajo realizado, obteniendo el valor más probable para

diversas incógnitas y estimando cuál es la precisión que realmente se obtuvo en cada una de ellas.

Veamos un sencillo ejemplo, la figura mas simple, el triángulo, y supongamos que se han medido todos sus elementos (tres lados y tres ángulos). Naturalmente la medición de cada elemento está afectada de algún grado de error que es desconocido.

Así las cosas, eligiendo arbitrariamente tres de sus elementos y calculando los restantes, podríamos obtener 19 soluciones distintas. ¿Cuál adoptar?

### 6.3 Ajuste o compensación

En tal caso es necesario **ajustar** la figura, **compensarla**, para obtener una solución única y que ésta sea la misma independientemente de quien hace el cálculo.

A tal efecto se aplica una técnica matemática que consiste en introducir pequeñas correcciones a las medidas observadas, es decir admitir residuos entre los valores observados y los que finalmente se adoptarán.

De esta manera se puede adoptar una solución única, coherente, que por supuesto no es ninguna de las diecinueve mencionadas anteriormente.

Ahora bien, de los infinitos juegos de correcciones que podemos adoptar ¿cuál es el que se elige? Aquél que, haciendo la sumatoria de sus cuadrados, produce el mínimo valor posible. En definitiva lo que comúnmente se conoce como “el método de mínimos cuadrados”.

Digamos de la compensación que:

- no corrige los errores, sino que los “promedia”. Los errores son absorbidos por la compensación y “diseminados” por la figura,
- facilita detectar observaciones equivocadas o datos discordantes,

- no detecta errores sistemáticos (por ejemplo coordenadas erróneas del punto de arranque).

En la práctica los casos son más complejos que el de un triángulo y la calidad de los resultados depende de dos factores: por un lado la precisión de la medición y por el otro el diseño de la misma (sobreabundancia, puntos de control, etc.).

La compensación requiere de:

- a) plantear adecuadamente las ecuaciones
- b) estimar sensatamente la precisión de las mediciones
- c) realizar un cálculo relativamente complejo.

Este último punto, el del cálculo, constituía hasta no hace muchos años una limitación notoria, estando reservado sólo para especialistas. El advenimiento de los recursos informáticos lo ha “popularizado”, al punto que los paquetes comerciales de software GPS lo incluyen habitualmente.

El cálculo de compensación brinda valiosísima información sobre la precisión pudiendo apelarse a dos variantes:

- cálculo “a priori”, es decir introducir en el programa valores supuestos, en definitiva efectuar una simulación, y obtener una evaluación de la precisión hipotéticamente obtenible,
- cálculo “a posteriori” que permite saber, una vez efectuadas las mediciones, cual ha sido la precisión efectivamente obtenida,

Tratándose de georreferenciación, el problema es de tres variables, es decir las coordenadas de un punto.

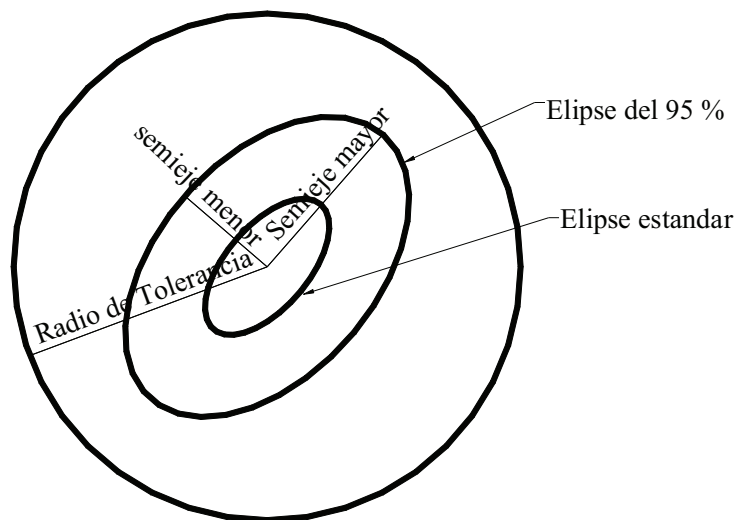
La información que recibe el usuario de un programa de compensación es variada. Queremos destacar en particular dos de esas informaciones:

**Matriz de varianza-covarianza de las incógnitas:** es una expresión matemática que permite calcular tanto la precisión que caracteriza a cada coordenada como también el grado de correlación, de dependencia, que existe entre ellas, es decir en qué medida el error en una influye sobre la otra.

Si consideramos sólo las coordenadas horizontales, es decir dos variables, podemos obtener la:

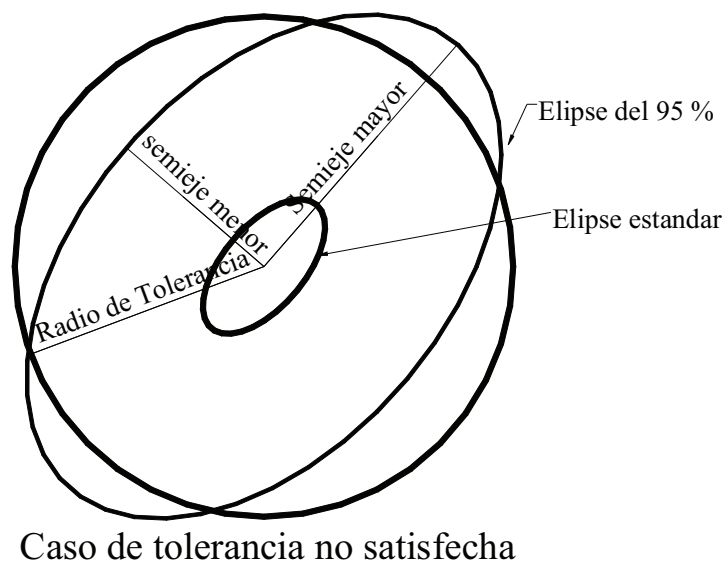
**Elipse de error:** indica la zona de mayor probabilidad para la ubicación del punto incógnita; su semieje mayor representa el máximo desvío estándar; si a este último se lo multiplica por el factor 2,5 surge una elipse mayor, llamada de confiabilidad, en cuyo interior estará ubicado el punto en el 95% de los casos (nótese que ahora estamos considerando la probabilidad compuesta de dos variables) Ver figuras 1 y 2.

(las figuras 1 y 2 son reproducción de las publicadas en “Estándares Geodésicos - Sistema de Posicionamiento Global” - Instituto Geográfico Militar, 1996).



Caso de tolerancia satisfecha

**Figura 1**



**Figura 2**

## 6.4 Criterios en georreferenciación con GPS

1. La primera cuestión es establecer la precisión que se necesita en las coordenadas.
2. En base a ello hay que elegir el instrumental y el método de medición, tales que, respetando la precisión exigida, reduzcan el trabajo sólo a lo necesario.
3. Partir de un punto que reúna las siguientes condiciones:
  - a. coordenadas confiables, garantizadas por entidad responsable,
  - b. precisión adecuada,
  - c. ubicado a distancia compatible con el instrumental y el método a utilizar,
  - d. si se parte de un punto cuyas coordenadas están expresadas en un antiguo sistema de referencia (por tanto distinto al actual y oficialmente establecido), debe tenerse en cuenta que al efectuar la transformación de esas coordenadas al marco de referencia actual se utilizan paráme-

- tros de transformación, los cuales contienen errores que inevitablemente influyen en las coordenadas obtenidas,
- e. debe recordarse que cualquier error en el punto de partida se traslada a todo el levantamiento.
4. Siempre debe existir algún método de control; por ejemplo se puede vincular el levantamiento a dos puntos de coordenadas conocidas; o bien realizar un itinerario cerrando sobre el punto de partida; o bien medir vectores cuyo único fin es el control, etc. En GPS es muy rápida (y tentadora) la medición mediante una radiación sin control. A modo de ejemplo podemos decir que un buen método para controlar las coordenadas de los vértices de un polígono, consiste en realizar la medición de todos los vértices desde dos estaciones distintas  $E_1$  y  $E_2$ , vinculadas entre sí. Si las coordenadas de los vértices difieren por debajo de la tolerancia establecida se considera adecuada la calidad de la medición.
  5. Si se quiere georreferenciar un levantamiento ya existente, es necesario distinguir dos casos:
    - a. los datos existentes están expresados en dos dimensiones, es decir en un plano; en tal caso es suficiente relevar dos puntos, resolviendo gráficamente con un punto la ubicación y con otro la orientación, o bien calculando matemáticamente parámetros de transformación; no obstante es conveniente relevar mas puntos para poder contar con control y mejorar la calidad de los parámetros de transformación,
    - b. los datos existentes son tridimensionales; en tal caso es necesario relevar al menos tres puntos para calcular parámetros de transformación, aunque sigue siendo válida la idea de mejorar el cálculo relacionando mayor cantidad de puntos.
  6. Es posible (y en casos necesario) combinar la medición con GPS y el uso de medios terrestres de levantamiento. Será necesario resolver la manera de efectuar las transformaciones de coordenadas

de un sistema local al sistema general y/o viceversa. Existe software que facilita dicha tarea.

7. Siempre debe especificarse el marco de referencia al cual corresponden las coordenadas. Valores de coordenadas sin marco de referencia conocido pueden ser fuente de importantes errores.

## **Bibliografía**

HOFMANN-WELLENHOF, et al. (1997). Global Positioning System, Theory and practice. Springer-Verlag, Wien, New York.

HUERTA E, JIMÉNEZ B, MANGIATERRA A, NOGUERA G, et al. (2001). Proyecto 19/1077 - Estación permanente GPS. Serie "Temas de Geociencia", N° 7: "Georreferenciación". UNR Editora, Rosario.

LEICK A. (1995). GPS satellite surveying. Wiley and Sons, New York.

MANGIATERRA A, NOGUERA G, et al. (1999). Contribuciones a la geodesia en la Argentina de fines del siglo XX, Homenaje a Oscar Parachú. UNR Editora, Rosario.

PALACIOS CID R, et al. (1999) Geodesia geométrica, física y por satélites. Editorial Colegio de Ingenieros Técnicos en Topografía, Madrid.

PÉREZ J, BALLELL J. (2000). Transformaciones de coordenadas. Editorial Colegio de Ingenieros Técnicos en Topografía, Madrid.

SEEBER G. (1993). Satellite Geodesy. Walter de Gruyter, Berlin, New York.

TEUNISSEN P, KLEUSBERG A. (1998). GPS for Geodesy. Springer, Berlin, New York.

TORGE W. (2001). Geodesy. Walter de Gruyter, Berlin, New York.

VALBUENA DURÁN J. L., NÚÑEZ-GARCÍA DEL POZO A, et al. (1992). GPS, la nueva era de la topografía. Ediciones Ciencias Sociales SA, Madrid.

ZAKATOV P. (1981). Curso de geodesia superior. Editorial Mir, Moscú.

**GPS**

Posicionamiento satelital

---

Páginas tipeadas provistas por los autores

**UNR EDITORA**

EDITORIAL DEL A UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

Secretaría de Extensión Universitaria

Urquiza 2050 – (S2000 AOB) Rosario – Santa Fe – República Argentina

Edición de 500 ejemplares

Julio 2005

Es ampliamente conocido que la tecnología satelital permite determinar, con la precisión necesaria, la posición espacial de objetos fijos o móviles.

Rapidez, seguridad y economía son características distintivas del posicionamiento satelital.

GPS (Global Positioning System) es, hasta ahora, el sistema satelital que brinda mayores y mejores prestaciones, aunque existen otros en operación o en desarrollo.

Este libro tiene tres características fundamentales. Es de contenido teórico; está dirigido a difundir los fundamentos del posicionamiento satelital en general y de GPS en particular.

Es adecuado al nivel de estudiante o graduado universitario en general. Sus destinatarios son principalmente profesionales y estudiantes de la ingeniería de diversas ramas, aunque por la importancia y vastedad del tema se torna útil para un amplio campo del conocimiento.

Es de carácter didáctico, está orientado a facilitar el aprendizaje.

La experiencia indica que quien está munido de los fundamentos teóricos puede abordar, sin mayor dificultad, los manuales instructivos de los distintos modelos y marcas de instrumental y software.

Es indudable que, por su incidencia es una enorme gama de actividades humanas, el posicionamiento satelital deviene rápidamente, de cambio tecnológico en cambio cultural.

**UNR EDITORA**

**Editorial de la**

**Universidad Nacional de Rosario**

**SECRETARIA DE EXTENSIÓN UNIVERSITARIA**

**[www.unreditora.unr.edu.ar](http://www.unreditora.unr.edu.ar)**

**[editora@sede.unr.edu.ar](mailto:editora@sede.unr.edu.ar)**

**[librogps@fceia.unr.edu.ar](mailto:librogps@fceia.unr.edu.ar)**